

39. 目的 : 回折格子について理解を深める。

真空中に置かれた回折格子に入射してきた単色光が格子を通過した後につくる回折波には、十分遠方で強め合う方向  $\theta_r$  [rad] ( $-\pi/2 < \theta_r < \pi/2$ ) が少なくとも 1 つ、一般には複数ある。この回折波を、光が図 1 のように格子面に垂直に入射してきた場合と、図 2 のように格子面の法線に対し入射  $\theta_i$  で斜めに入射してきた場合について

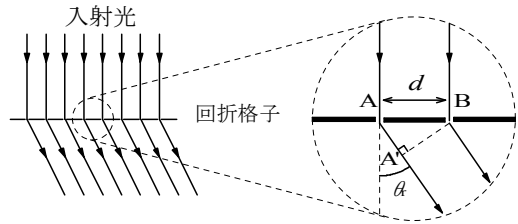


図 1

考察する。格子は図 1 に等間隔に並んだスリットの列として描かれている。格子間隔を  $d$  [m]、入射光の波長を  $\lambda$  [m]、振動数を  $\nu$  [1/s または Hz]、光の速度を  $c$  [m/s] とする。

- (1) 光の波長  $\lambda$ 、振動数  $\nu$ 、速度  $c$  の間の関係を記せ。
- (2) 格子面に垂直な入射光の場合を図 1 により考える。光路  $AA'$  の両端における同時刻での波の位相差を考え、回折波の強め合う方向  $\theta_r$  と  $\lambda$ 、 $d$  との関係を求めよ。

- (3) 斜め方向からの入射光の場合を図 2 により考える。点 A と点 B における入射波の位相は等しい。2 つの光路  $AA'$  と  $BB'$  を通る波の点 A' と点 B' における位相の差を考え、 $\theta_r$  と  $\theta_i$ 、 $\lambda$ 、 $d$  との関係を求めよ。

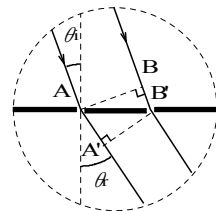


図 2

- (4) 再び、格子面に垂直な入射光の場合を考える。回折波の強め合う方向の数は初め多数あったが、波長  $\lambda$  を増大させていくとその数は減少し、直進方向 ( $\theta_r=0$ ) を含む 3 方向のみとなった。さらに波長を増大させ、 $\lambda$  がある値  $\lambda_0$  を越えたとき、回折波の強め合う方向は、ついに直進方向のみとなった。

- (a) 上記の波長  $\lambda_0$  と格子間隔  $d$  の関係を理由を付して記せ。
- (b) 回折波の強め合う方向が直進方向を含め 3 方向のみとなる場合の、入射光の波長  $\lambda$  はどの範囲か、理由を付して記せ。

40. 目的:単スリットの干渉を知る。誘導に従って考えられるか!

以下の文を読み, [ ア ]~[ オ ]に適切な式を答えよ。  
また, [ ① ]~[ ⑥ ]では, 適切な語句を選べ。

図1のように, 光を単スリットに入射させても, 回折により光の明暗が生じる。明暗が生じる方向を以下のようにして考えよう。

スリットの幅を  $d$  として, 断面を図2に示す。図の点 A, B はスリットの両端の点で, 図の左側から波長  $\lambda$  の単色光がスリットの面に垂直に入射している。このうち, 入射方向に対し角  $\theta$  の方向に回折した光について考えよう。点 A と点 B でそれぞれ回折した光の光路差  $\Delta L$  は図の  $BB'$  であるので,  $\Delta L =$  [ ア ]。  $\theta = 0$  の方向では, スリットを通過した全ての光の光路差は 0 であるので, 光は [① 強めあう, 弱めあう ]。

I.  $\Delta L = \lambda$  が成り立つ方向を考える。図2のように, AB の中点に点 C をとる。点 A, 点 C を通過した光は, 光路差が  $\lambda$  を用いて [ イ ] となるので, [② 強めあう, 弱めあう ]。次に, 点 A および点 C から任意の同じ距離  $x$  だけ B 方向に離れた点  $D_1, D_2$  を考える。点  $D_1, D_2$  を通過した光の光路差は,  $\lambda$  を用いて [ ウ ] となる。ゆえに, 区間 AC と区間 CB を通過した光は [③ 強めあう, 弱めあう ] ので, この方向へ回折する光は [④ 明るい, 暗い ]。

II. 次に,  $\Delta L = \frac{3}{2}\lambda$  が成り立つ方向を考える。図3のように

AB を 3 等分するように  $C_1, C_2$  をとる。区間  $AC_1$  と区間  $C_1C_2$  を通る光について考える。点 A, 点  $C_1$  を通過した光の光路差は,  $\lambda$  を用いて [ エ ] となる。ゆえに, I. と同様に考えて, 区間  $AC_1$  と区間  $C_1C_2$  を通る光はすべて [⑤ 強めあう, 弱めあう ]。しかし, 区間  $C_2B$  を通る光は, 干渉して弱めあう区間が無いので, この方向へ回折する光は完全に暗くならない。

III. 次に,  $\Delta L = 2\lambda$  が成り立つ場合は, AB を 4 区間に分けて考える。この方向へ回折する光は, これまでと同様に考えて [⑥ 明るい, 暗い ]。

IV. 以上の考察より, 回折光が暗くなる方向の  $\sin \theta$  は,  $d, \lambda, m$  を用いて ( $m=1, 2, 3, \dots$ ),

$$\sin \theta = [ オ ] \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

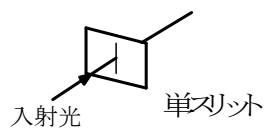


図 1

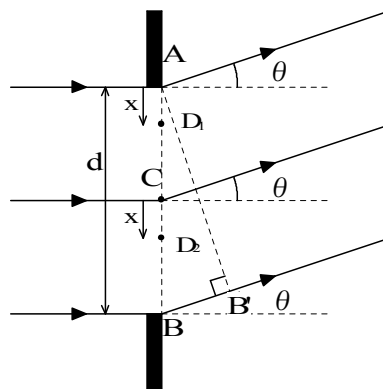


図 2

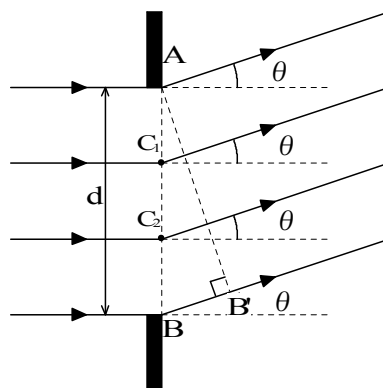


図 3

39.(解説) (解説)回折格子を間隔  $d$ (格子定数という)で多数のスリットが並んでいると考える。しつかり図を見て、隣り合う光線の光路差がいくらか考えて、強めあう方向を考えればよい。

また、 $90^\circ$  以上の回折角はない。それゆえ、回折光の本数が限られる。

(1)公式より  $c = hv$  …(答)

(2)  $AA' = d \sin \theta_r$  が光路差になる。ゆえに強めあう条件は

$$d \sin \theta_r = m\lambda \quad \therefore \sin \theta_r = \frac{m\lambda}{d} \quad (\text{ただし } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \dots(\text{答})$$

(問題にあるように位相を考えて解くと、 $AA'$ での位相差は  $\frac{2\pi d \sin \theta_r}{\lambda}$  であるので、これが  $0$

もしくは  $2\pi$  の整数倍になれば強めあう。ゆえに、

$$\frac{2\pi d \sin \theta_r}{\lambda} = 2\pi m$$

となり、結果はもちろん一致する。)

(3)  $AB$  で同位相であるので、 $B$ を通る光に対して  $A$ を通る光の光路差は

$$d \sin \theta_r - d \sin \theta_i$$

である。ゆえに強めあう条件は

$$d \sin \theta_r - d \sin \theta_i = m\lambda$$

$$\therefore \sin \theta_r = \sin \theta_i + \frac{m\lambda}{d} \quad (\text{ただし } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \dots(\text{答})$$

(4)(a)  $m = 0$  の回折光のみが存在し、 $m = \pm 1$  のときの  $\theta_r$  が、計算上  $90^\circ$  を超えてしまうことになる。

$$\sin \theta_r = \frac{\lambda}{d} > 1 \quad \lambda > d$$

ゆえに  $\lambda_0 = d$  …(答)

(b)(a)より 3 本になる条件のうち一つは  $\lambda < d$  …①

さらに、 $m = \pm 2$  の回折光が無いので

$$\sin \theta_r = \frac{2\lambda}{d} > 1 \quad \therefore \lambda > \frac{d}{2} \quad \dots②$$

①、②の条件を満たすと  $m = 0, \pm 1, \pm 2$  の解説光が存在し 3 本になる。ゆえに

$$\frac{d}{2} < \lambda < d \quad \dots(\text{答})$$

40. (解説) 単スリットによる回折でも、単スリットに幅があるので方向により光の強弱が生じる。暗くなる方向の考察にはこの問題のように、スリットを複数の区間に分けて考える。区間が奇数の場合、打ち消すことが出来ない区間が残るので完全に暗くならない。暗くなる方向は、

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

(ア)  $\Delta L = d \sin \theta$

① 強めあう

I. (イ) 右図で光路差は  $CC'$  である。  $AC = \frac{d}{2}$  より、光路差

$$CC' = \frac{d}{2} \sin \theta = \frac{\Delta L}{2} \quad \text{である。} \quad \Delta L = \lambda \text{ なので、}$$

$$\text{光路差} = \frac{\lambda}{2} \quad \dots(\text{答})$$

② 弱めあう

(ウ)  $D_1D_2 = \frac{d}{2}$  であるので、(イ)と同様に、

$$\text{光路差} = \frac{\lambda}{2} \quad \dots(\text{答})$$

③ 区間 AC 内の任意の  $D_1$  に対して、かならず光路差が  $\frac{\lambda}{2}$  となる区間 CB 内の点  $D_2$  がある。ゆ

えに、区間 AC と CB を通過した光は完全に弱めあう。 弱めあう …(答)

④③よりこの方向の光は、暗い。 暗い …(答)

II. (エ)  $AC_1 = \frac{d}{3}$  より、点 A、点  $C_1$  を通過した光の光路差は、  $\frac{d}{3} \sin \theta = \frac{\Delta L}{3}$  である。

$$\Delta L = \frac{3}{2} \lambda \text{ なので、光路差} = \frac{\lambda}{2} \quad \dots(\text{答})$$

⑤ I と同様に、点 A と点  $C_1$  から等距離の点を通過する光を考えると、光路差は  $\frac{\lambda}{2}$  であり、区間

$AC_1$  と、  $C_1C_2$  を通過した光は、弱めあう。 弱めあう …(答)

(注) 問題文にあるように、区間  $C_1B$  を通過した光は、弱めあう相手がいない。ゆえに、この方向では光は暗くならず、明るい。ただし、 $\theta = 0$  の方向の明るさよりは劣る。

III. ⑥ 4 区間に分けて考えると、各区間毎に弱めあう相手が存在するので、暗い。 暗い…(答)

IV. (オ) 光路差が、  $\frac{\lambda}{2}$  の偶数倍の時(区間を偶数に分けられるとき)、弱めあひ暗くなるので、

$$d \sin \theta = 2m \times \frac{\lambda}{2} \quad \therefore \sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

