図1－1のように水平面に対して45°の角度をなす斜面上に質量Mの直角二等辺三角形の物体Aを斜辺の面が斜面と接するように置く。直角二等辺三角形の等しい2辺の長さをdとする。Aの上面に質量mで,大きさの無視できる小さな物体Bを置く。斜面上に原点Oをとり,水平右向きにx軸, 鉛直下向きにy軸をとる。はじめ, Aは上面が$y=0$となる位置にあり, BはAの上面の右端, すなわち, $(x, y) = (d, 0)$の位置にある。空気の抵抗および斜面とAの間の摩擦は無視できるものとする。重力加速度をgとする。

Ⅰ　AとBの間の摩擦も無視できる場合に以下の問に答えよ。

(1)図1－1のようにAの右面に水平左向きに力Fを加えたところ, 2つの物体は最初の位置に静止したままであった。Fの大きさを求めよ。

(2)力Fを取り除いたところ, AとBは運動を開始した。その後, BはA上面の左端に達した。この瞬間のBのy座標を求めよ。

(3)BがA上面の左端に達する直前のBの速さvを求めよ。

Ⅱ　図1－2に示すようにA上面の点Pを境にして右側の表面が粗く, この部分でのAとBの間の静止摩擦係数および動摩擦係数はそれぞれμ, μ'(ただし$\mu > \mu'$)である。A上面の点Pより左側は, なめらかなままである。問I(1)と同様に, 力Fを加えて両物体を静止させた。力Fを取り除いた後の両物体の運動について以下の問に答えよ。

(1)μが十分に大きい場合, BはA上面を滑り出さず, 両物体は一体となって斜面を滑りおりる。このときの両物体のx方向の加速度a_xとy方向の加速度a_yを求めよ。

(2)μがある値μ_0より大きければBはA上面を滑り出さず, 小さければ滑り出す。その値μ_0を求めよ。

(3)μがμ_0より小さい場合に, Bが最初の位置$(x, y)=(d, 0)$からA上面の左端に達するまでの軌跡として最も適当なものを図1－3の(ア)～(オ)の中から一つ選べ。ここでQ_1, Q_2, Q_3はそれぞれ, Bの最初の位置, BがA上面の点Pに達した瞬間の位置, BがA上面の左端に達した瞬間の位置を表す。また破線は直線$y=x$を示す。

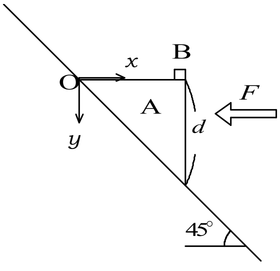


図 1–1

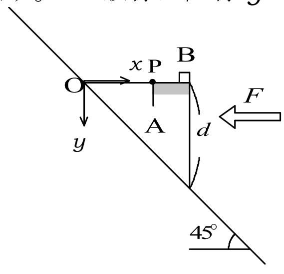


図 1–2

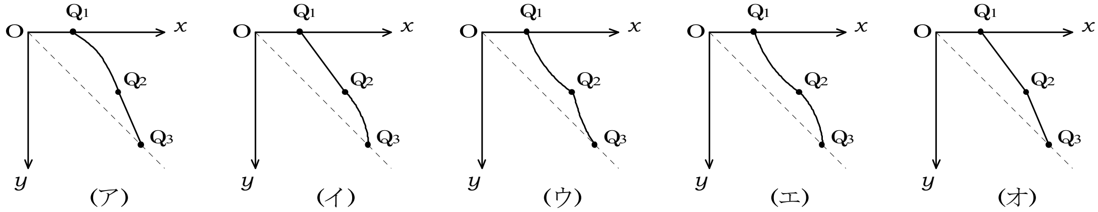


図 1–3

(解説)難問に見えるが，基本に忠実に解くだけである。

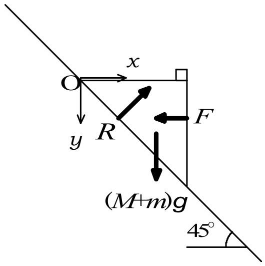
Ⅱの(3)では，以下のことを頭に置こう。

加速度が一定でのとき

・初速度 0 で運動を始めると，加速度の方向に等加速度直線運動をする。

・初速度が加速度の方向と違う場合は，加速度の方向を軸とする放物運動となる。

Ⅰ. (1)A と B を一体と考える。斜面から A と B の一体の物体に働く垂直抗力を R とすると，働く力は右図となる。力のつりあいより



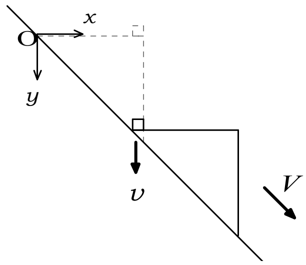
x 方向：　$R\sin 45° - F = 0$

y 方向：　$(M+m)g - R\cos 45° = 0$

この 2 式より

$$F = (M+m)g \qquad \cdots(\text{答})$$

(2)A と B の間に摩擦はないので, B に水平方向の力は働かない。ゆえに, B の斜面から見た水平方向の位置(x 座標)は変化しない。つまり, A が水平方向に d だけ動いたとき, B は A の左端に来る。このとき A の x 座標は d, y 座標も d である。



$$y = d \qquad \cdots(\text{答})$$

(3)A の速さを V とする。A の上面に B は接して運動しているので，B の速さ υ は，A の速度の y 成分と等しい。ゆえに

$$\upsilon = V\sin 45° = \frac{V}{\sqrt{2}} \qquad \cdots①$$

力学的エネルギー保存則より

$$(M+m)gd = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

①式で V を消去して，υ を求める。

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(M+m)gd}{2M+m}} \qquad \cdots(\text{答})$$

Ⅱ. (1)A と B を一体と考える。斜面に沿った方向の加速度の大きさを a とすると

$$(M+m)a = (M+m)g\sin 45° \qquad \therefore \qquad a = g\sin 45° = \frac{g}{\sqrt{2}}$$

加速度の x, y 成分は

$$a_x = a\sin 45° = \frac{g}{2} \qquad \cdots(\text{答})$$

$$a_y = a\sin 45° = \frac{g}{2} \qquad \cdots(\text{答})$$

(2)B が A 上を滑らないとき，B に働く A からの静止摩擦力の大きさを f とすると，B の水平方向の運動方程式より

$$ma_x = f \qquad \therefore \qquad f = ma_x = \frac{mg}{2}$$

また，A からの垂直抗力の大きさを N とすると，B の鉛直方向の運動方程式より

$$ma_y = mg - N \qquad \therefore \qquad N = mg - ma_y = \frac{mg}{2}$$

B が A 上で滑りだす限界は $f = \mu_0 N$ のときであるので

$$f = \mu_0 N$$

$$\frac{mg}{2} = \mu_0 \frac{mg}{2} \qquad \therefore \qquad \mu_0 = 1 \qquad \cdots(答)$$

(3)B が A 上で摩擦のある P までを滑るとき，水平右向きに動摩擦力が働く。ゆえに B は水平方向右向きに加速度を持つ。もちろん鉛直方向下向きにも加速度を持つ。初速度は 0 であるので，加速度の方向＝右斜め下　に，等加速度直線運動をする。P(Q_2)に達した時点で，B は右斜め下方向の速度を持つ。次に P 以降では水平方向に力は働かず，鉛直方向のみの加速度を持つ。Q_2 での速度は右斜め下なので，以後は放物運動(y 方向を軸とする 2 次曲線)となる。ゆえに　　　(イ)　　　…(答)