

図1のように、平らな板に電磁石を取り付けた物体Aと、磁石に引きつけられる素材でできた平らな板Bが、水平な床の上に重ねて置いてある。AおよびBの質量はそれぞれ m および M とする。BはAよりも十分大きく、AはBの上から落ちずに運動する。また、電磁石に電流を流すと、AとBの間に鉛直方向に大きさ W ($W > 0$)の磁気力(引力)が働く。 W は電磁石に流れる電流の大きさを変えることにより変化させることができる。AとBとの間、およびBと床との間の静止摩擦係数はともに μ 、動摩擦係数はともに μ' である。

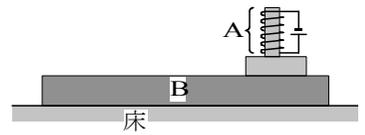


図 1

時刻 $t = 0$ にBを静止させた状態で、Aに水平方向に初速度 v を与え、Aが床に対して静止するまでの間の、AとBの運動の様子を調べた。その結果、 W がある値 W_1 よりも大きい小さいかによって、次の2種類の運動が観測された。

運動I: $W < W_1$ のとき、Bは床に対して静止したまま、AのみがBの上を運動して、ある時間の後に静止した。

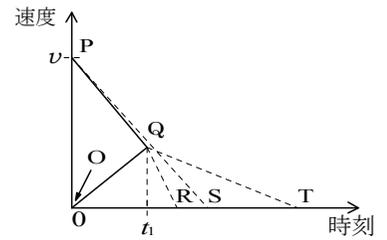
運動II: $W > W_1$ のとき、Aが運動を始めた直後にBも床に対して運動を始めた。その後、AとBの速度差 Δv は、時間の経過とともに小さくなり、 $t = t_1$ のときに $\Delta v = 0$ になった。 $t = t_1$ 以降、AとBは $\Delta v = 0$ の状態で運動し、 $t = t_2$ のときに床に対して静止した。

いずれの場合も、AとBが運動する方向は、常にAの初速度の方向と平行であり、AもBも回転することはなかった。

重力加速度の大きさを g とし、空気による抵抗は無視できるものとして、以下の問いに答えよ。ただし、電磁石はBに対してのみ引力を及ぼし、床に対しては力を及ぼさないものとする。なお、結果だけでなく、考え方や計算の過程も記せ。

- (1) BがAにおよぼす垂直抗力 N_1 、および床がBにおよぼす垂直抗力 N_2 を、 m 、 M 、 g 、 W を用いて表せ。
- (2) 運動Iの場合に、Aが床に対して静止するまでに移動する距離 l を、 v 、 W 、 m 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (3) W_1 を、 m 、 M 、 μ 、 μ' 、 g を用いて表せ。
- (4) 運動IIの場合の t_1 を、 v 、 W 、 M 、 m 、 μ' を用いて表せ。
- (5) 運動IIの場合の、 $t_1 < t < t_2$ におけるAの加速度 a (Bの加速度と等しい)を、 μ' 、 g を用いて表せ。ただし、Aに与える初速度の向きを正の向きにとるものとする。

(6) 図 2 は、A および B の床に対する速度と t の関係をグラフに表したものである。図中の破線 PS は W が W_1 よりわずかに小さくて運動 I が起こった場合の A の速度を表している。また実線 PQ および OQ は、 W が W_1 よりわずかに大きくて運動 II が起こった場合の $0 < t < t_1$ における A および B の速度をそれぞれ表している。



(a) 運動 II の場合の $t_1 < t < t_2$ における A の速度を正しく表しているのは、図中の一点鎖線 QR と QT のどちらか、理由をつけて答えよ。

(b) A が運動を始めてから静止するまでに床に対して移動する距離は、運動 I と運動 II の場合でどちらが短い、理由をつけて答えよ。ただし、運動 I と運動 II の場合の W の差は非常に小さいので、 $0 < t < t_1$ における A の移動距離の差は無視できるものとする。図 2 中の図形を指し示す必要がある場合には、図中の記号 O, P, Q, R, S, T を用いて、三角形 OPQ などと表すこと。

(解説)基本に戻って、力がどの物体に働いているかをしっかりと考えよう。磁石による引力はAには下向きに、Bには上向きに働く。それさえわかれば、後は親子亀の問題である。演習問題の2008年度版16(大阪大学の問題)を参照して欲しい。

(1)A, Bに働く力の鉛直方向のつりあいを考える。

$$A: N_1 - mg - W = 0 \quad \therefore N_1 = mg + W \quad \dots(\text{答})$$

$$B: N_2 + W - Mg - N_1 = 0$$

$$\therefore N_2 = -W + Mg + N_1 = (M + m)g \quad \dots(\text{答})$$

(2)Aに働く動摩擦力の大きさは $\mu' N_1 = \mu'(mg + W)$ で、Aの速度と逆向きである。ゆえに

$$\frac{1}{2}mv^2 - \mu'(mg + W)l = 0 \quad \therefore \frac{mv^2}{2\mu'(mg + W)} \quad \dots(\text{答})$$

(3)Bが動かないとき、BにはAからの動摩擦力と、床からの静止摩擦力が働きつりあっている。床からの静止摩擦力の大きさを F とすると

$$F = \mu'(mg + W)$$

Bが滑りだす直前、床からの静止摩擦が最大静止摩擦のなるので

$$F = \mu N_2$$

$$\mu'(mg + W_1) = \mu(M + m)g \quad \therefore W_1 = \left\{ \frac{\mu}{\mu'}(M + m) - m \right\} g \quad \dots(\text{答})$$

(4)Aの速度の方向を正として、Aの加速度を a_A 、Bの加速度を a_B とする。運動方程式より

$$A: ma_A = -\mu' N_1 = -\mu'(mg + W) \quad \therefore a_A = -\mu' \left(g + \frac{W}{m} \right) \quad \dots\textcircled{1}$$

$$B: Ma_B = \mu' N_1 - \mu' N_2 = \mu'(mg + W) - \mu'(M + m)g$$

$$\therefore a_B = \mu' \left(\frac{W}{M} - g \right)$$

B上で見たAの相対加速度を α とすると

$$\alpha = a_A - a_B = -\frac{\mu'(m + M)W}{mM}$$

ゆえにAがB上で静止するまでの時間 t_1 は

$$v + \alpha t_1 = 0 \quad \therefore t_1 = \frac{v}{\alpha} = \frac{mMv}{\mu'(m + M)W} \quad \dots(\text{答})$$

(5)A, Bを一体と考える。床から速度と逆向きに動摩擦力が働いているので

$$(m + M)a = -\mu' N_2 = -\mu'(m + M)g \quad \therefore a = -\mu'g \quad \dots\textcircled{2} \quad \dots(\text{答})$$

(6)(a)①, ②式より

$$|a_1| > |a|$$

である。ゆえに、AとBが等速度になってから(図のQ), 加速度(減速)は小さくなるのでグラフの傾きは小さくなる。ゆえに QT $\dots(\text{答})$

(b)Aが床に対して動いた距離は、それぞれグラフの面積になる。

I: Aの動いた距離 = 三角形OPSの面積

II: Aの動いた距離 = 四角形OPQTの面積

であるので、明らかにIの場合の方が狭い。ゆえに I $\dots(\text{答})$