次の文を読んで，[　]には適した式をそれぞれ記せ。また，問 1 では指示にしたがって，解答を記せ。

図 1 のように，トラックが荷台に荷物を置いた状態で水平面の直線道路上を走る。その速さは図 2 に示すように，時刻 0 から時刻 T まで一定の割合で増加し，速さ v に達する。荷物の大きさは縦，横，高さがそれぞれ a, b, h の直方体であり，その質量を m とし，重心位置は荷物の中心にあるものとする。また，トラックの荷台は常に路面と平行であり，荷台と荷物間の静止摩擦係数を μ_0，動摩擦係数を μ とし，重力加速度の大きさは g とする。

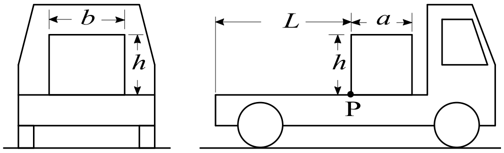


図 1

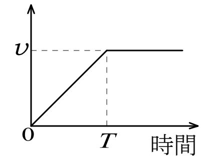


図 2

速さ v をある値に定め，加速を停止するまでの時間 T を変化させることによる荷台上の荷物の動きを考察しよう。このとき，走り始めから時刻 T までの加速度の大きさは[ア]である。

まず，荷物が荷台をすべらないように走行するための条件を考える。時間 T を長くとると荷物はすべらない。その間に荷物が荷台から受ける静止摩擦力は[イ]である。T を短縮していくと荷物はすべり始める。荷物がすべらないためには T はある値を越えていなければならない。その値を T_1 としたとき T_1=[ウ]である。

次に，荷物は荷台をすべってもよいが荷台からはみ出さない条件，すなわち荷物が荷台上を動く距離が L を越えない条件を考える。荷物が荷台をすべっているとき，荷物の荷台に対する加速度は走行方向とは逆方向で，その大きさは[エ]となる。したがって，時刻 T に至るまでに荷物がすべる距離は[オ]となり，時刻 T での荷物の荷台に対する相対速度の大きさは[カ]となる。時刻 T 以降で，荷物が荷台の上で停止するまでに動く距離は[キ]であり，結局 $T \geqq$「 ク]の条件が得られる。

次に，荷物がすべらずに転倒する場合を考えよう。ここでは転倒の初期段階として荷物が回転を始める状況を考える。荷物が，P を通り紙面に垂直な軸を中心として回転を始めないためには T はある値を越えていなければならない。その値を T_2 としたとき，T_2=[ケ]である。荷物はすべるが回転を始めないための必要条件は，T_1 と T_2 の表式により，$\dfrac{h}{a} <$ [コ]であることがわかる。

このトラックが図 3 のように，半径 R の円周上を一定の速さ V で走行している場合を考えよう。路面は内側に角度 θ で傾斜している。なお，R に比べてトラックおよび荷物は十分小さいと仮定し，荷台面内での荷物の回転も起こらないものとする。

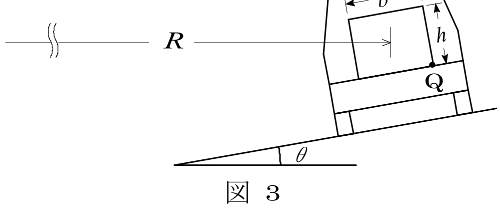


図 3

問 1 荷物がすべっていない状況を考える。このとき荷物と荷台との間に静止摩擦力が働かない状態での力の成分を図示し，そのときのトラックの速さ(V_0 とする)を求めよ。

トラックがこの円周上を速さ $V > V_0$ で走行している場合を考える。その速さがある値を越えると荷物はすべり始める。そのときのトラックの速さは V = [サ]である。また，転倒の初期段階として荷物の回転を考えた場合，トラックの速さがある値を越えると，荷物は Q を通り紙面に垂直な軸を中心として回転を始める。そのときのトラックの速さは V = [シ]である。したがって，荷物がすべり始めるときのトラックの速さと回転を始めるときのトラックの速さが一致する条件(荷物が回転を始めないための $\frac{h}{b}$ がとり得る限界値)は $\frac{h}{b}$ =[ス]となる。

(解説)このような問題では，観測者の立場をしっかりと考えればよい。物体が回転しないためには，垂直抗力の作用点が接触面上にある必要がある。

(解答)

ア.加速度を α とすると

$$\alpha = \frac{\upsilon - 0}{T} = \frac{\upsilon}{T} \qquad \cdots(答)$$

イ.静止摩擦力の大きさを F とする。荷物はトラックとともに加速するので，荷物に働く静止摩擦力は前方方向で加速度も α である。運動方程式より

$$m\alpha = F \qquad F = m\alpha = \frac{m\upsilon}{T} \qquad \cdots(答)$$

ウ.静止摩擦が最大静止摩擦を超えなければよい。ゆえに滑りだす直前では

$$F = \frac{m\upsilon}{T_1} = \mu_0 mg \qquad \therefore \qquad T_1 = \frac{\upsilon}{\mu_0 g} \qquad \cdots① \quad \cdots(答)$$

エ.トラックの荷台上で荷物を観測する。荷物は後方に動くように見えるので前向きの動摩擦力が働く。また，トラックの加速度と逆向きに大きさ $m\alpha$ の慣性力が働く。荷台上から見た荷物の加速度を後ろ向きを正として β_1 として

$$m\beta_1 = m\alpha - \mu mg = \frac{m\upsilon}{T} - \mu mg \qquad \therefore \qquad \beta_1 = m\alpha - \mu mg = \frac{\upsilon}{T} - \mu g \qquad \cdots(答)$$

オ.荷物は初速度 0 で動き出すので，荷台上で動いた距離 l_1 は

$$l_1 = \frac{1}{2}\beta_1 T^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon}{T} - \mu g\right)T^2 \qquad \cdots(答)$$

カ. 時刻 T での荷台上から見た相対加速度 u は

$$u = \beta_1 T = \left(\frac{\upsilon}{T} - \mu g\right)T \qquad \cdots(答)$$

キ.時刻 T 以降，トラックが等速運動すると慣性力はなくなる。荷台から見た荷物の加速度を β_2 とすると

$$m\beta_2 = -\mu mg \qquad \therefore \qquad \beta_2 = -\mu g$$

時刻 T 以降，静止するまでの距離を l_2 は

$$0 - u^2 = 2\beta_2 l_2 \qquad \therefore \qquad l_2 = -\frac{u^2}{2\beta_2} = \frac{(\upsilon - \mu gT)^2}{2\mu g} \qquad \cdots(答)$$

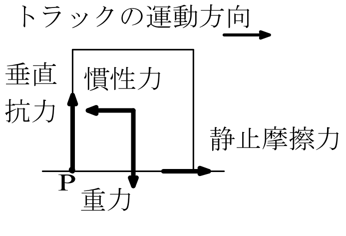
ク.荷物が荷台上で動いた距離は $l_1 + l_2$ なので，荷台上で止まるための条件は

$$l_1 + l_2 \leqq L$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\upsilon}{T} - \mu g\right)T^2 + \frac{(\upsilon - \mu gT)^2}{2\mu g} \leqq L$$

$$T \leqq \frac{\upsilon}{\mu g} - \frac{2L}{\upsilon} \qquad \cdots(答)$$

ケ.荷台上で観測する。回転をはじめる直前，荷台から働く垂直抗力の作用点が，荷物の後方の端(図の P)になる。P のまわりのモーメントより



$$m\alpha \cdot \frac{h}{2} - mg \cdot \frac{a}{2} = 0 \qquad \therefore \qquad \alpha = \frac{ga}{h}$$

であればよい。このときの T_2 は

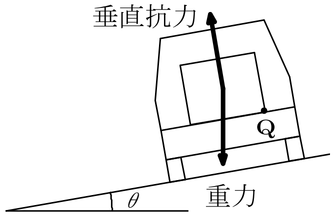
$$\alpha = \frac{\upsilon}{T_2} = \frac{ga}{h} \qquad \therefore \qquad T_2 = \frac{\upsilon h}{ga}$$

$$T_2=\frac{vh}{ga}\quad\cdots②\quad\cdots(答)$$

コ.$T_1>T_2$であればよい。①，②式より

$$\frac{v}{\mu_0 g}<\frac{vh}{ga}\qquad\therefore\quad\frac{h}{a}>\frac{1}{\mu_0}\qquad\cdots(答)$$

問 1.地上から見て荷物には，重力と荷台からの垂直抗力が働く。右図となる。



垂直抗力の大きさを N_0 とする。円の中心方向の運動方程式より

$$\frac{mV_0^2}{R}=N_0\sin\theta\qquad\cdots③$$

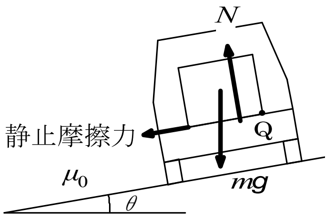
また，鉛直方向のつりあいより

$$mg-N_0\cos\theta=0\qquad\cdots④$$

③，④式より V_0 を求めると

$$V_0=\sqrt{gR\tan\theta}\qquad\cdots(答)$$

サ.速さが V_0 より大きいので物体は上方に滑ろうとし，静止摩擦力は下向きに働く。荷物が滑りだす直前，静止摩擦力の大きさは，垂直抗力を N とすると $\mu_0 N$ である。円の中心方向の運動方程式より



$$\frac{mV^2}{R}=N\sin\theta+\mu_0 N\cos\theta\qquad\cdots⑤$$

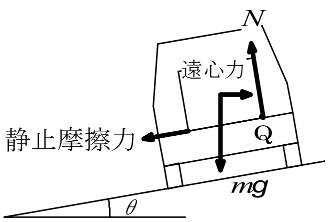
また，鉛直方向のつりあいより

$$mg-N\cos\theta+\mu_0 N\sin\theta=0\qquad\cdots⑥$$

⑤，⑥式より N を消去して V を求める。

$$V=\sqrt{\frac{(\sin\theta+\mu_0\cos\theta)gR}{\cos\theta-\mu_0\sin\theta}}\qquad\cdots(答)$$

シ.トラックの荷台から観測する。ケと同様に垂直抗力が荷物の外側の点(図の Q)に作用する。Q のまわりのモーメントより



$$mg\left(\frac{h}{2}\sin\theta+\frac{b}{2}\cos\theta\right)+\frac{mV^2}{R}\left(\frac{h}{2}\cos\theta-\frac{b}{2}\sin\theta\right)=0$$

$$\therefore\quad V=\sqrt{\frac{(h\sin\theta+b\cos\theta)gR}{h\cos\theta-b\sin\theta}}\qquad\cdots(答)$$

ス.サ，シの結果より

$$\sqrt{\frac{(\sin\theta+\mu_0\cos\theta)gR}{\cos\theta-\mu_0\sin\theta}}=\sqrt{\frac{(h\sin\theta+b\cos\theta)gR}{h\cos\theta-b\sin\theta}}$$

$$\therefore\quad\frac{h}{b}=\frac{1}{\mu_0}\qquad\cdots(答)$$