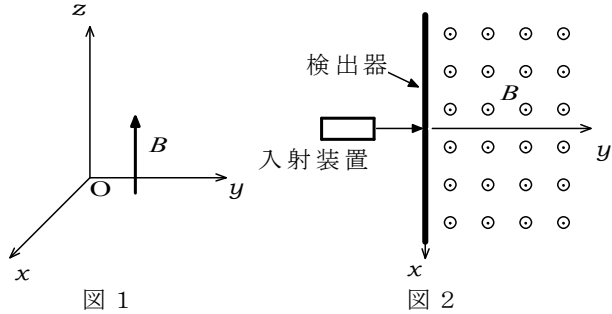


荷電粒子の磁界中および電界中での運動を、図1のように直角座標系を設定して考える。 $+z$ 方向を向いた磁束密度 B の様な磁界があるものとして以下の設問に答えよ。



I. ある時刻に陽子(電荷 e , 質量 m)が x 軸方向の速度成分 0 , y 軸方向の速度成分 $v(>0)$, z 軸方向の速度成分 0 を持っていた。

- (1)この陽子の受ける力の大きさを求めよ。
- (2)その力は、どちらの方向を向いているか。
- (3)この陽子は円運動をする。その円の半径を導け。

II. ある時刻に陽子が x 軸方向の速度成分 0 , y 軸方向の速度成分 v_y , z 軸方向の速度成分 v_z を持っていた。この陽子はらせん運動をする。陽子がらせんを一周する間に z 方向に進む距離を求めよ。

磁界中での荷電粒子の運動を利用して、陽子のエネルギー分析器を考案した。図2の様に $y \geq 0$ の領域に $+z$ 方向を向いた磁束密度 B の様な磁界をかける。陽子を磁界のある領域に向かって入射させるため、入射装置を磁界のない領域($y < 0$)に設置する。陽子は x 軸方向の速度成分 0 , y 軸方向の速度成分 v_y , z 軸方向の速度成分 0 を持って原点 O を通過する。 $y = 0$ の平面($x-z$ 平面)上に置いた検出器により陽子の位置を測定する。

III. 陽子が運動エネルギー $W (= \frac{1}{2}mv_y^2)$ を持って入射した。陽子が検出される位置の x 座標および z 座標を W の関数として求めよ。

IV. 陽子の入射装置の中に重水素の原子核(電荷 e , 質量 $2m$)が混ざっていた。以後、陽子を p , 重水素の原子核を d と表す。 d も p と同様に y 軸方向のみの速度成分を持って原点 O を通過するものとする。運動エネルギー W_p を持つ p が、運動エネルギー W_d を持つ d と同じ軌跡を描くとき、 W_d は W_p の何倍か。

V. p と d を区別するため、 $y \geq 0$ の領域で $+z$ 方向に様な電界 E をかけた。運動エネルギー W_p を持って入射された p が検出される位置の x 座標および z 座標を求めよ。

VI. 設問IVで軌跡が重なり合っていた p と d は、この電界 E をかけることによって分離される。 d が検出される位置の x 座標および z 座標を求めよ。

(解説)磁場中でローレンツ力を受ける荷電粒子の運動であるが、ローレンツ力は磁場と粒子の速度の両方に垂直な方向に働く。磁場と速度が直交しない場合は、速度の磁場と直交する成分だけでローレンツ力を考えればよい。また、磁場の方向にローレンツ力の成分はない。V. 以降では、 z 方向に電場からの力のみがかかる。 z 方向の運動は等加速度運動となる。

- I. (1)ローレンツ力を受ける。大きさは evB …(答)
 (2)向きはフレミングの左手の法則より x 軸正方向 …(答)
 (3)円運動の半径を r とする。円運動の運動方程式より

$$m \frac{v^2}{r} = evB \quad \therefore \quad r = \frac{mv}{eB} \quad \dots \textcircled{1} \quad \dots \text{(答)}$$

II. 磁場が z 軸方向であるので、ローレンツ力は速度の xy 平面の成分に対して働く。この場合は v_y に対して働くと考え。ゆえに xy 平面内で円運動をし、半径 r は①式より

$$r = \frac{mv_y}{eB}$$

円運動の周期 T は

$$T = \frac{2\pi r}{v_y} = \frac{2\pi m}{eB} \quad \dots \textcircled{2}$$

z 軸方向にローレンツ力は働かず、速さ v_z で等速である。ゆえに、一周する間に進む距離 L は

$$L = v_z T = \frac{2\pi m v_z}{eB} \quad \dots \text{(答)}$$

III. 陽子の y 軸方向の速さ v_y は

$$v_y = \sqrt{2mW}$$

陽子は半円を描いた位置で検出器に検出される。円運動の半径 r_p は①式の v を v_y に置き換えればよい。

$$r_p = \frac{mv_y}{eB}$$

また、 z 軸方向には力が働かず、初速度 0 なので移動しない。ゆえに検出される位置は

$$x = 2r = \frac{2mv_y}{eB} = \frac{2m}{eB} \times \sqrt{2mW} = \frac{2}{eB} \sqrt{2mW} \quad \dots \textcircled{3} \quad \dots \text{(答)}$$

IV. 重水素が検出される位置は、③式で m を $2m$ とすればよい。同じ位置に検出されるので

$$\frac{2}{eB} \sqrt{2mW_p} = \frac{2}{eB} \sqrt{2(2m)W_d} \quad \therefore \quad \frac{W_d}{W_p} = \frac{1}{2} \quad \dots \text{(答)}$$

V. xy 平面ではローレンツ力による円運動をし、 z 方向には電界からの力で等加速運動をする。 z 方向の加速度を α_p とすると

$$m\alpha_p = eE \quad \therefore \quad \alpha_p = \frac{eE}{m}$$

円運動の半周をして検出器に到達する。 x 座標は先ほどと同じである。

$$x = \frac{2}{eB} \sqrt{2mW_p} \quad \dots \text{(答)}$$

円運動の周期 T_p は②式より $T_p = \frac{2\pi m}{eB}$ であり、 z 方向の初速度は 0 なので

$$z = \frac{1}{2} \alpha_p \left(\frac{T_p}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{eE}{m} \cdot \left(\frac{\pi m}{eB} \right)^2 = \frac{\pi^2 m E}{2eB^2} \quad \dots \textcircled{4} \quad \dots \text{(答)}$$

VI. x 座標は陽子と同じである。

$$x = \frac{2}{eB} \sqrt{2mW_p} \quad \dots(\text{答})$$

z 座標は、④式の m を $2m$ に変えればよい。

$$z = \frac{\pi^2(2m)E}{2eB^2} = \frac{\pi^2 mE}{eB^2} \quad \dots(\text{答})$$

(参考)④式をそのまま使うことに不安があれば、陽子と同様に周期、 z 方向の加速度を考えてもよいが、もちろん結論は同じである。確認してみよう。