図 1 のように，なめらかに動くピストンつきの容器の中に，体積 V_1，温度 T_1 の単原子分子理想気体が 1 モル封じこまれている。この状態を 1 とし，ここから気体の温度を一定に保ちながらゆっくりとピストンを動かして，体積が $2V_1$ になった状態を 2 とする(図 2(a)参照)。さらに，状態 2 から圧力を一定に保ちながらゆっくりとピストンを動かして体積が V_1 に戻った状態を 3 とし，状態 3 から体積一定のままゆっくりと気体に熱を与えて状態 1 に移行する。以下の問いに対して，解答に至った筋道を添えて答えよ。

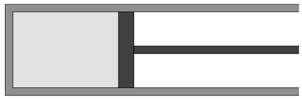

図 1

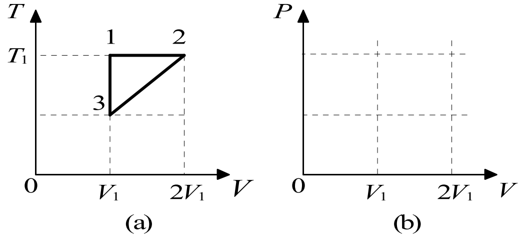

図 2

Ⅰ. 状態 1 の圧力 P_1 と状態 2 の圧力 P_2，状態 3 の内部エネルギー U_3 を，V_1，T_1 および気体定数 R を用いて表わせ。

Ⅱ. 図 2(b)と同様な，圧力 P と体積 V の座標を描き，その上に 1→2→3→1 のサイクルを図示せよ。また，このサイクルの間に気体が外部に対してした正味の仕事の量 W に相当する面積を，この図に斜線で示せ。

Ⅲ. このサイクルを熱機関の 1 サイクルとみなし，その熱効率 e を求めよ。但し，前問の仕事量 W が aRT_1 と書かれるものとし，定数 a を用いて e を表わせ。なお，熱効率 e の定義は，1 サイクル中の吸熱過程において気体が外部から得た熱量の総和を Q_1，放熱過程において気体が外部に放出した熱量の総和を Q_2 とするとき，$e=\dfrac{Q_1-Q_2}{Q_1}$ によって与えられる。

Ⅳ. 1 から 2 へ移行する際に，上記とは異なる過程を考える。図 3 に示すように，まず，ピストンを容積が $2V_1$ となる位置に固定する。そして，この容積を二等分する位置に仕切板を入れ，一方に体積 V_1，温度 T_1 の単原子分子理想気体 1 モルを封じ，他方は真空とする。仕切板を急激に取り除くと気体は容器全体に広がり，十分時間がたった後一様な状態になった。この間，気体と外部との間に熱の授受はなく，また仕切板の体積および仕切板を取り除くのに要する時間は無視できるものとする。

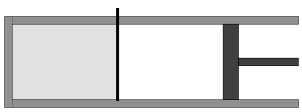

図 3

(1)この過程(以下では，1⇒2'と記す)により到達した気体の状態 2'は，状態 2 と同じであることを示せ。

(2)1⇒2'の過程の後，先と同じようにピストンを動かすことにより，気体の状態が 3 を経て元の状態 1 に戻るものとする。このサイクル 1⇒2'→3→1 の間に，気体が外部からされる正味の仕事の量 W'を求めよ。

(3)このサイクルを 1→3→2'⇒1 のように逆にたどることにより，気体が外部に対して正味に W'の仕事をするサイクルをつくることは可能か。理由を付けて答えよ。

(解説)T–V 線図から，P–V 線図を，容易に想像できるようになっておこう。この問題では問題文中にあるが，2→3 の過程は T–V 線図上で正比例のグラフである。$\dfrac{V}{T}=$一定 が成り立つので圧力一定の定圧変化である。熱機関における仕事は，1 サイクルの P–V 線図で囲まれた部分の面積になる。サイクルが時計回りなら仕事は正，反時計回りなら負である。また，1 サイクルして元の状態に戻ると同じ温度に戻るので内部エネルギーの変化は 0，ゆえに 1 サイクルで差し引き吸収した熱 Q（吸収した熱－放出した熱)と 1 サイクルでした仕事の関係は，熱力学第 1 法則より　$Q=W$ となる。

Ⅳで真空に対する膨張では，気体は仕事をしないので温度は変化しない。しかし，逆に何も外から仕事を加えずに片方を真空に戻すことは出来ない。

Ⅰ．気体の状態方程式より

$$P_1V_1=RT_1 \qquad \therefore \quad P_1=\frac{RT_1}{V_1} \qquad \cdots(\text{答})$$

同様に

$$P_2\cdot 2V_1=RT_1 \qquad \therefore \quad P_2=\frac{RT_1}{2V_1} \qquad \cdots(\text{答})$$

状態 2 から3へは問題文にあるように定圧変化である。状態 3 の温度を T_3とすると

$$\frac{2V_1}{T_1}=\frac{V_1}{T_3} \qquad \therefore \quad T_3=\frac{T_1}{2}$$

ゆえに，状態 3 での内部エネルギーは

$$U_3=\frac{3}{2}RT_3=\frac{3}{4}RT_1 \qquad \cdots(\text{答})$$

Ⅱ．状態 1 から 2 は等温変化なので P と V は反比例である。状態 2 から 3 は定圧，状態 3 から1は定積変化である。

状態 1 から 2 での仕事は図 1 の①の面積で，膨張なので仕事は正である。状態 2 から 3 では図 2 の②の面積で，圧縮なので仕事は負。状態 3 から 1 は定積で仕事はしない。ゆえに，差し引き 1 サイクルでした仕事 W は図 3 となる。

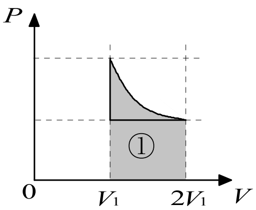

図 1

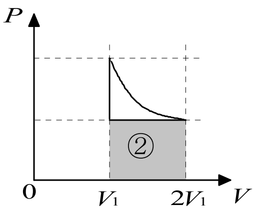

図 2

(答)

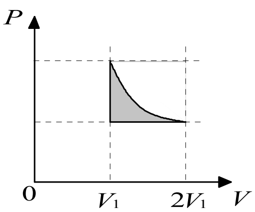

図 3

Ⅲ．状態 1 から 2 への変化で，気体がした仕事を W_{12}，吸収した熱を Q_{12}とする。等温変化であるので，熱力学第 1 法則より

$$Q_{12}=W_{12} \qquad \cdots①$$

状態 2 から 3 への変化で，気体がした仕事を W_{23}とすると

$$W_{23}=P_2\left(V_1-2V_1\right)=-P_2V_1=-\frac{1}{2}RT_1 \qquad \cdots②$$

1 サイクルでする仕事 W は，各過程の仕事の和であるので，①，②式も用いて

$$W=W_{12}+W_{23}$$

$$aRT_1=W_{12}-\frac{1}{2}RT_1 \qquad \therefore \quad Q_{12}=W_{12}=\left(a+\frac{1}{2}\right)RT_1>0 \qquad \cdots③$$

状態 2 から 3 では，仕事は負であり，また温度も下降するので内部エネルギーの変化も負，ゆえ

に気体が吸収した熱も負なので，気体は熱を放出している。
状態 3 から 1 で，気体が吸収した熱を Q_{31} とすると，定積変化なので

$$Q_{31}=\frac{3}{2}R\left(T_1-T_3\right)=\frac{3}{4}RT_1$$

ゆえに 1 サイクル中で吸収した熱 Q_1 は

$$Q_1=Q_{12}+Q_{31}=\frac{3}{4}RT_1+\left(a+\frac{1}{2}\right)RT_1=\left(a+\frac{5}{4}\right)RT_1$$

また熱力学第 1 法則より

$$Q_1-Q_2=W=aRT_1$$

であるので

$$e=\frac{W}{Q_1}=\frac{aRT_1}{\left(a+\frac{5}{4}\right)RT_1}=\frac{4a}{4a+5} \qquad \cdots(\text{答})$$

Ⅳ. (1)真空に対する膨張では気体は仕事をせず，また熱も吸収しないので内部エネルギーは変化せず，温度は変化しない。ゆえに状態 2'の温度は T_1 である。圧力を P'_2 とすると

$$P'_2\cdot 2V_1=RT_1 \qquad \therefore \qquad P'_2=\frac{RT_1}{2V_1}$$

となり，状態 2 と同じである。

(2)状態 1→2'では真空膨張で仕事は0である。外から仕事をされるのは状態 2'→3 のみで状態 2 と 2'が同じなのでこの間の気体が外部にした仕事は W_{23} である。外部からされた仕事 W' は

$$W'=-W_{23}=\frac{1}{2}RT_1 \qquad \cdots(\text{答})$$

(3)不可能　…(答)

理由－状態 1 から逆にサイクルを回し，仕事 W' を外部にして状態 2'に戻すことは可能であるが，仕事なしに状態 2'→1 のように片方の部屋だけ真空に戻すことは出来ない。