次の文中の空欄(ア)～(キ)にあてはまる式または数値を記せ。必要なら，$\sqrt{2}=1.41$として計算すること。

両端を固定して張った弦を振動させると，弦を伝わる波の速さは，弦を引っ張る力の平方根に比例する。図１に示すように，弦Ａの一端におもりを１個つるし，他端を振動子に固定した。また，振動子から距離Lの点Ｐの位置に三角柱を置き，弦の振動する部分の長さをLとした。このとき，弦の振動部分の両端は固定端と見なすことができる。振動子を使って振動数fで弦Ａを振動させると，n個の腹をもつ定常波が発生した。定常波が生じているとき，弦Ａには振幅，波長，および伝わる速さがそれぞれ同じで逆向きに伝わる２つの波が干渉していると考えることができる。これら２つの波の波長は[（ア）]で，伝わる速さは[（イ）]である。振動子で発生する振動の振動数を変えると，弦Ａに基本振動が発生した。このときの振動数は[（ウ）]である。

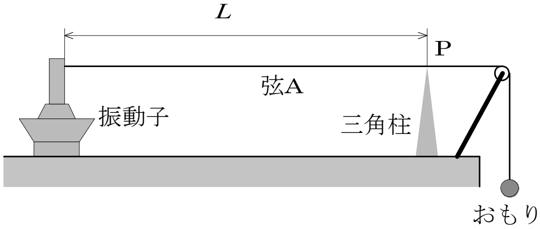


図 1

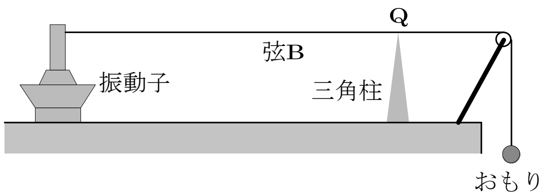


図 2

次に，三角柱を点Ｐに置いた状態でfと異なる振動数で弦Ａを振動させると４倍振動が生じた。三角柱を振動子にゆっくりと近づけると，ある位置で初めて，４倍振動と異なる固有振動が生じた。この間に三角柱が移動した距離は[（エ）]である。三角柱をこの位置に置いたままで，弦Ａにつるしたおもりと同じ質量のおもりを１個増やして２個のおもりをつるした。その後三角柱をゆっくりと振動子に近づけると，振動部分の長さが０になるまでに[（オ）]回の固有振動が生じた。三角柱を点Ｐの位置に戻し，同じ質量のおもりの数を１個ずつ増やしていくと，おもりの数が[（カ）]個のときを最後に固有振動が生じなくなった。

図２のように，弦Ａと同じ弦Ｂを用いて図１と同じ装置をもう１つ作り，図１の装置の近くに置いた。三角柱を，弦Ａでは点Ｐの位置に，弦Ｂでは振動部分の長さがLより少し短くなるように点Ｑの位置に置いた。これまで用いたものと同じ質量のおもりを，弦Ａ，Ｂのそれぞれに１個ずつつるし，振動子で発生する振動数を調整して，ともに基本振動を発生させた。このとき，弦Ａの出す音と弦Ｂの出す音との間に周期Tのうなりが生じた。このことから，弦Ｂの基本振動の振動数は[（キ）]である。

(解説)弦の振動の基本的な問題である。n 倍振動では腹が n 個できる。腹１個分で(節から節まで１個分)で，波長の半分なので，弦の長さを L とすると波長 λ は $\lambda=\dfrac{2L}{n}$ となる。

また，弦を伝わる波の速さ v は，弦の張力を T, 弦の線密度を ρ とすると $v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$ であるので振動数 f は

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

となる。

この問題では，f, v, λ のうち，何が変化したかをしっかりと意識して解こう。

(ア)腹１個(節から節まで)が $\dfrac{1}{2}$ 波長である。ゆえに波長を λ とすると

$$L=n\times\frac{\lambda}{2} \qquad \therefore \quad \lambda=\frac{2L}{n} \qquad \cdots(\text{答})$$

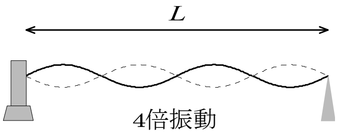
(イ)振動数は f であるので，波の速さ v は

$$v=f\lambda=\frac{2fL}{n} \qquad \cdots① \quad \cdots(\text{答})$$

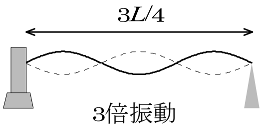
(ウ)振動数が f' になったとする。基本振動は $n = 1$ と考えればよい。弦を伝わる波の速さは変わらないので，①式より

$$v=\frac{2fL}{n}=\frac{2f'L}{1}$$

$$f'=\frac{f}{n} \qquad \cdots(\text{答})$$



4倍振動



3倍振動

(エ)4 倍振動が生じた状態から三角柱を近づけても，振動数，速さは変化しないので波長も変化しない。つまり，次は３倍振動が起こる。

図より近づけた距離は $\dfrac{L}{4}$ $\cdots$(答)

(オ)おもりが１個の状態での波長 λ_1 は，長さ L で４倍振動なので

$$\lambda_1=\frac{L}{2}$$

である。

張力が２倍になると，弦を伝わる波の速さが $\sqrt{2}$ 倍になる。振動数が同じなので波長 λ_2 は $\sqrt{2}$ 倍になる。

$$\lambda_2=\sqrt{2}\lambda_1=\frac{\sqrt{2}L}{2}$$

したがって，共振するときの弦の長さは短い方から順に

基本振動：$\dfrac{\lambda_2}{2}=\dfrac{\sqrt{2}L}{4}=0.35\cdots\times L$ ，２倍振動：$\lambda_2=\dfrac{\sqrt{2}L}{2}=0.70\cdots\times L$

３倍振動：$\dfrac{3\lambda_2}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}L}{4}=1.05\cdots\times L$

となる。$\dfrac{3}{4}L=0.75L$ より短いのは，基本振動と，２倍振動の２カ所である。 2 $\cdots$(答)

(カ)おもりの数が m 個のとき，弦を伝わる波の速さが 1 個のときの $\sqrt{m}$ 倍になり，振動数は変わらないので波長は $\sqrt{m}$ 倍となる。基本振動のときの弦の長さが L となるのは

$$\frac{\sqrt{m}\lambda_1}{2} = \frac{\sqrt{m}}{2} \cdot \frac{L}{2} = L$$

$$\therefore \quad m = 16$$

となり，16 個のとき基本振動の弦の長さが L となる。したがって 17 個以上では基本振動のときの弦の長さが L 以上となり，共振しなくなる。　　16　…(答)

(キ)(ウ)より弦 A の振動数は $\dfrac{f}{n}$ である。弦 B は，波の速さが同じで A より少し短いことも考慮すると，やや振動数が高い。1 秒あたりのうなりの回数は $\dfrac{1}{T}$ であるので，B の振動数 f_B は

$$f_B - \frac{f}{n} = \frac{1}{T} \qquad \therefore \qquad f_B = \frac{f}{n} + \frac{1}{T} \qquad \cdots(答)$$