真空でのクーロンの法則の比例定数を k_0 として，以下の文中の［ ア ］～［ コ ］の空欄に適当な式を答よ。また，問1～問３に答よ。

真空中に，電気量$+Q$（ $Q>0$)に帯電した半径 a の導体球 A がある。ガウスの法則よりこの導体球から出て行く電気力線の本数は［ ア ］本である。

問 1. 導体球 A の中心を含む断面で，電荷の分布の様子と電気力線の概略を描け。ただし、正電荷は”+”，負電荷は”−“と記入し，また電気力線の方向もわかるように描くこと。

導体球 A の中心から距離 r（ $r>a$)の点について考える。電場の大きさは，電気力線の疎密より［ イ ］となる。また電位は，電位の基準となる点から電気量+1C の電荷を運ぶ際の仕事と考えられるので，この点の電位は無限遠方を基準として［ ウ ］である。$r=2a$ の点から，電気量$+q$（ $q>0$)の電荷を $r=a$ の点まで運ぶために必要な仕事は［ エ ］

次に，図１のように内部に半径 $2a$ の球状の空洞がある半径 $3a$ の帯電していない導体球 B があり，空洞内に中心を一致させて，電気量$+Q$（ $Q>0$)に帯電した半径 a の導体球 A を置く。導体球 B の外部に出て行く電気力線は，導体球 B を包む閉じた曲面内に電荷$+Q$ があることから［ オ ］本である。

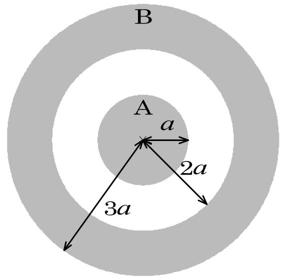


図 1

問 2. 問１と同様に導体球 A, B の中心を含む断面で，電荷の分布の様子と電気力線の概略を描け。

導体球 A, B の中心から距離 r の点での電場の大きさは，電気力線の疎密を考えて，$r>3a$ では［ カ ］，$2a>r>a$ では［ キ ］である。

問 3. 横軸に導体球の中心からの距離 r ($r>0$)をとり，縦軸に電場の大きさをとったグラフを書け。

次に電位について考える。導体球 A だけの場合と比べることで，導体球 A, B の中心から距離 r（ $r>3a$)の点での電位は，無限遠方を基準として［ ク ］となる。また，$r=2a$ の点の電位は［ ケ ］から， $r=a$ の点の電位は［ コ ］である。

(解説)電場と電位，電気力線に関していくつかの基本法則を積み重ねていく問題である。

- 電気量 Q に帯電している物体から出る電気力線の本数は，クーロンの法則の比例定数を k として $4\pi kQ$ 本である。

これはガウスの法則と呼ばれるものであるが，以下のようにも表現できる。

- 任意の閉曲面で囲まれる内部に電気量 Q が存在するとき，閉曲面を貫いて出る電気力線の本数は $4\pi kQ$ 本である。

電荷が負であるときは，電気力線が入っていくと考えればよい。また，

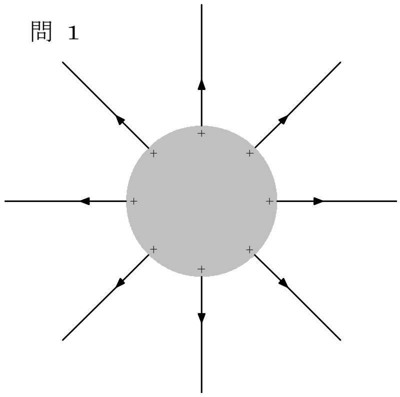
- ある点での電場の大きさは，その点での単位面積あたりの電気力線の通過本数に等しい。
- 導体内に電場はない，ゆえに導体内に電気力線はない。
- 導体内の電荷は導体の表面にのみ存在する。
- 基準点から電気量+1C の電荷を運ぶために必要な仕事が電位である。電場が同じであれば，電荷に働く力も同じで電位も同じである。

これらのことを頭に置きながら解いていく。

[ア]ガウスの法則より　$4\pi k_0 Q$ 本　…(答)

問 1. 導体球 A の表面に正電荷が現れる。対称性より電荷の分布は均一で，電気力線は外へ放射状になるはずである。右図となる。

問 1



[イ]中心から距離 r のところではどこでも電場の大きさは同じで，半径 r の球面を考えると面積は $4\pi r^2$ であるので，単位面積あたりの通過本数＝電場の大きさ E は

$$E=\frac{4\pi k_0 Q}{4\pi r^2}=\frac{k_0 Q}{r^2}\qquad\cdots(\text{答})$$

[ウ]導体球の外部で，電気力線の様子，つまり電場は点電荷の場合も同じである。ゆえに無限遠方から電荷を運ぶ仕事も同じになるので，電位 V は点電荷のときと同じである。

$$V=\frac{k_0 Q}{r}\qquad\cdots(\text{答})$$

[エ]$r=2a$，$r=a$ の点の電位をそれぞれ V_2，V_1 とすると

$$V_2=\frac{k_0 Q}{2a}\quad ,\quad V_1=\frac{k_0 Q}{a}$$

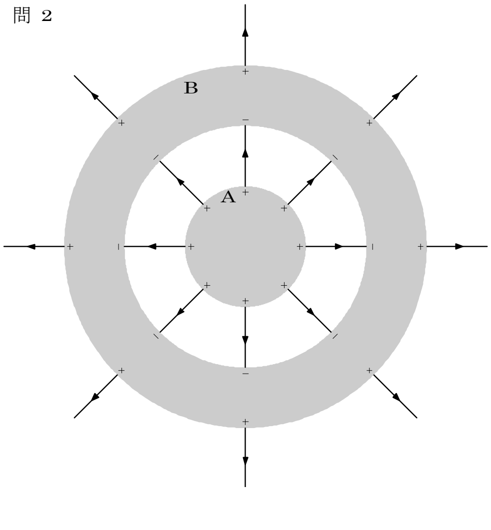
電荷を運ぶ仕事 W は

$$W=q(V_1-V_2)=q\left(\frac{k_0 Q}{a}-\frac{k_0 Q}{2a}\right)$$

$$=\frac{k_0 Qq}{2a}\qquad\cdots(\text{答})$$

[オ]導体球 B は帯電していないが，B を包む閉曲面内には当然導体球 A を含む。ゆえに合計で電気量 Q を含むことになる。ガウスの法則より　$4\pi k_0 Q$ 本　…(答)

問 2



問 2. 導体球 A からは $4\pi k_0 Q$ 本の電気力線が出るが，電気力線は導体中を通過できないので導体球 B の内側の面で終わる。そこには必ず負電荷がある。ゆえに導体

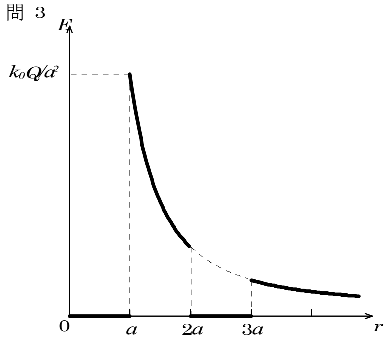
球 B の内面には電気量$-Q$の電荷がある。ゆえに電荷の保存則より導体球 B の外側の面には電気量$+Q$の電荷が現れる。よって右図となる。

［カ］単位面積あたりの電気力線の通過本数を考えると，［イ］の場合と同じである。電場の大きさEは

$$E=\frac{k_0Q}{r^2}\qquad\cdots(\text{答})$$

［キ］同様に単位面積あたりの電気力線の通過本数を考えると，［イ］の場合と同じである。電場の大きさEは

$$E=\frac{k_0Q}{r^2}\qquad\cdots(\text{答})$$



問 3. 導体内の電場は 0 であることを考えてグラフにする。右図となる。

［ク］無限遠から$r=3a$までは電気力線の様子，つまり電場は点電荷と同じ(導体球 A のみの場合と同じ)である。ゆえに電位Vは

$$V=\frac{k_0Q}{r}\qquad\cdots(\text{答})$$

［ケ］$r=3a$の電位V_3は

$$V_3=\frac{k_0Q}{3a}$$

導体内に電位差はないので，$r=2a$の電位V'_2は

$$V'_2=V_3=\frac{k_0Q}{3a}\qquad\cdots(\text{答})$$

［ケ］$r=2a$から$r=a$の電場の様子は，導体球 A のみの場合と同じである。この間を電荷を運ぶ仕事は，導体球 A のみの場合と同じである。ゆえに電位差$\varDelta V$は［エ］を参考に

$$\varDelta V=\frac{k_0Q}{2a}$$

ゆえに，$r=a$の電位V'_1は

$$V'_1=V'_2+\varDelta V=\frac{k_0Q}{3a}+\frac{k_0Q}{2a}=\frac{5k_0Q}{6a}\qquad\cdots(\text{答})$$

(参考)それぞれの場合の，中心からの距離rと電位Vの関係は下図となる。