図１のように，水平面内(紙面内)に x 軸と y 軸をとり，それらに垂直な方向に z 軸をとる。z 軸の正の向きを，紙面の裏から表向きとする。z 軸に平行な磁場があり，その磁束密度の z 軸方向成分 B_z は，図２のように，x 座標のみに依存して

$$B_z = Kx$$

と変化する。K は正の一定値とする。ここで，電気抵抗値が R で，辺の長さが a と b の長方形のコイル ABCD を，図１のように辺 AB を，x 軸に平行にして水平面内に置く。コイルは常に水平面内にあり，回転することなく，なめらかに x 軸方向だけに運動する。コイルの自己インダクタンスは無視できるとして，次の問いに答えよ。

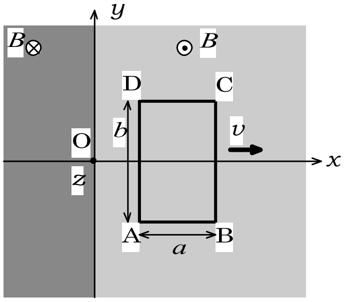

図 1

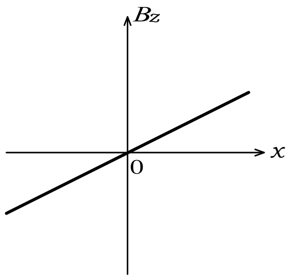

図 2

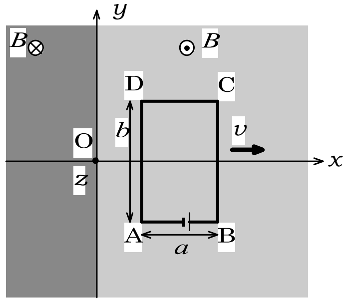

図 3

〔A〕(a)コイルの中心が，原点 O から x 軸の正方向に距離 X だけ離れた位置を，x 軸の正の向きに速さ v で動いている。このときにコイルに流れる誘導電流を求めよ。ただし，A→B→C→D の向きを誘導電流の正の向きとする。

(b)問(a)で，コイル全体が磁場から受ける力の x 軸方向成分を求めよ。

〔B〕次に，図３のように，コイルの辺 AB の間に起電力 E の電池を取り付け，A→B→C→D の向きに電流を流す。コイルの中心を原点 O に置き，静かに手を離すと，コイルは x 軸の正の向きに動き始めた。その後のコイルの運動について次の問いに答えよ。ただし，電池の内部抵抗は無視できるものとする。

(c)コイルの中心が原点 O から，x 軸の正方向に距離 X だけ離れた位置を，x 軸の正の向きに速さ v で動いているとき，コイル全体が磁場から受ける力の x 軸方向成分を求めよ。

(d)このとき，磁場から受ける力が単位時間当たりにコイルにする仕事を W，コイルの抵抗で単位時間当たりに発生するジュール熱を Q，電池の供給する単位時間当たりのエネルギーを P とする。$\dfrac{W}{P}$ と $\dfrac{Q}{P}$ を求めよ。

(e)その後，コイルは x 軸の正の向きに運動を続け，ある一定の速さに近づいていく。この一定の速さ V を求めよ。

(解説)動く長方形コイルの電磁誘導は，コイルを貫く磁束の変化を考えるより，コイルの各辺を磁場中を動く導体棒と考える方が解きやすい。起電力の向きは右手を使うと考えやすい。右手の親指を導体棒の速度の向き，人差し指を磁場の向きに合わせると，起電力の向きは中指の方向である。そしてそれぞれの辺に発生する起電力を電池に置き換えて考えるとよい。

電流に磁場から働く力を考えるときは，コイルが動いていることや，電磁誘導を起こしていることは考えない。１つ１つ基礎事項を積み重ねていけばよい。

〔A〕(a)辺 AB と CD は，速度と辺の方向が平行であるので起電力は発生しない。辺 AD と BC に電磁誘導による起電力が発生すると考えればよい。辺 AD, BC に発生する起電力の大きさを V_1, V_2とすると

$$V_1 = vB_zb = vK\left(X - \frac{a}{2}\right)b$$

$$V_2 = vB_zb = vK\left(X + \frac{a}{2}\right)b$$

向きはそれぞれ D→A, C→B の方向であるので，図 1 のような回路になっていると考えればよい。

A→B→C→D の方向の電流を I として，キルヒホッフの法則より

$$V_1 - V_2 = RI$$

$$vK\left(X - \frac{a}{2}\right)b - vK\left(X + \frac{a}{2}\right)b = RI$$

$$\therefore \quad I = -\frac{vKab}{R} \quad \cdots(答)$$

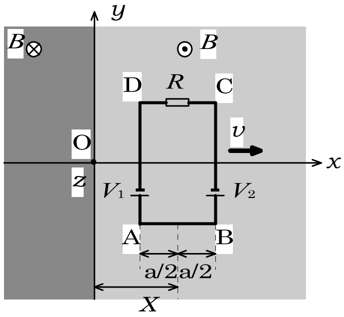

図 1

(b)辺 AB と CD に流れる電流が磁場から受ける力は同じ大きさで逆向きなので打ち消しあい，考える必要がない。辺 AD と BC に流れる電流に働く力の大きさをそれぞれ F_1, F_2とすると

$$F_1 = |I|B_zb = |I|K\left(X - \frac{a}{2}\right)b$$

$$F_2 = |I|B_zb = |I|K\left(X + \frac{a}{2}\right)b$$

向きはフレミングの左手の法則より考えて辺 AD は x 正方向，辺 BC は x 負方向となる。ゆえにコイル全体に働く力 F は

$$F = F_1 - F_2 = -|I|Kab = -\frac{vK^2a^2b^2}{R} \quad \cdots(答)$$

〔B〕(c)コイルに発生する起電力は〔A〕と同じである。これに電池が加わって図 2 のような回路と考えればよい。A→B→C→D の方向の電流 I'としてキルヒホッフの法則より

$$V_1 + E - V_2 = RI'$$

$$E - vKab = RI'$$

$$\therefore \quad I' = \frac{E - vKab}{R} \quad \cdots①$$

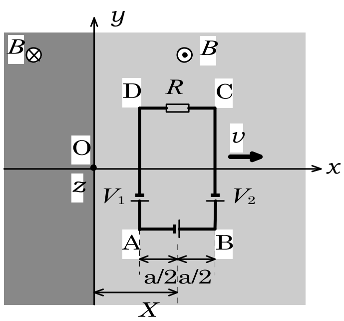

図 2

初め $v = 0$ なので，速度が小さいものとして $I' > 0$ であり，電流の向きは A→B→C→D の方向である。辺 AD と BC に働く力の大きさをそれぞれ F'_1, F'_2とすると

$$F'_1 = I'B_z b = I'K\left(X - \frac{a}{2}\right)b$$

$$F'_2 = I'B_z b = I'K\left(X + \frac{a}{2}\right)b$$

向きはフレミングの左手の法則より考えて辺 AD は x 負方向，辺 BC は x 正方向となる。ゆえにコイル全体に働く力 F'は

$$F' = -F_1 + F_2 = I'Kab = \frac{(E - vKab)Kab}{R} \quad \cdots② \quad \cdots(答)$$

(d)導体棒に磁場からの力がする仕事率は

$$W = F'v = I'Kabv$$

コイルの抵抗での消費電力 Q は

$$Q = RI'^2$$

電池には，単位時間あたり電気量 I'の電荷が通過するので，単位時間あたりに電池がする仕事 P は

$$P = I'E$$

となる。ゆえに

$$\frac{W}{P} = \frac{Kabv}{E} \quad \cdots(答)$$

$$\frac{Q}{P} = \frac{I'R}{E} = \frac{E - vKab}{E} \quad \cdots(答)$$

(e)②式よりわかるように，$I' = 0$ に近づくとコイルに働く力は 0 に近づき，速度が変化しなくなる。ゆえに①式より

$$I' = \frac{E - vKab}{R} = 0 \qquad \therefore \quad v = \frac{E}{Kab} \quad \cdots(答)$$