質量M〔kg〕，一辺a〔m〕の立方体の木片を質量m〔kg〕の弾丸で打つ実験を行った。その際，木片や弾丸の自転運動や空気による摩擦の影響は無視できるものとする。次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの場合について各問いに答えよ。Ⅰ，Ⅱについては弾丸の運動に対する重力の影響は無視できるものとする。

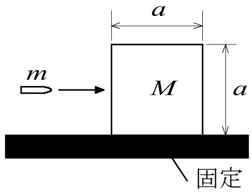


図 1

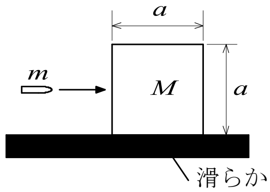


図 2

Ⅰ．最初，図１のように木片を固定し，弾丸を速さv_0〔m/s〕で面に垂直に当てると，深さd〔m〕まで入り込んで止まった。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，弾丸の大きさは入り込んだ深さに比べて無視できるものとする。

問１ 弾丸が木片に入り込んで進むとき，弾丸の受ける抵抗力は常に一定であるとする。そのときの抵抗力の大きさを求めよ。

問２ 弾丸が木片を貫通するには，弾丸の速さはいくら以上でなければならないか。衝突直前の最小の速さを求めよ。

Ⅱ．次に，図２のようにこの木片を滑らかな床の上に置き，水平方向のみに自由に動き得るようにしておく。弾丸を木片の面に垂直に水平方向に当てる場合について，Ⅰの結果を用いて以下の問いに答えよ。なお，弾丸が木片に入り込むときの抵抗力の大きさはⅠの場合と同じとする。

問３ 弾丸がⅠと同じ速さv_0で衝突すると，木片に入り込み，一体となって一定の速さで動いた。その速さを求めよ。また，当てた弾丸が入り込んだ深さを求めよ。

問４ 弾丸が木片を貫通するための衝突直前の最小の速さを求めよ。

Ⅲ．図３に示すように，この木片が地上h〔m〕の高さのところを速さV〔m/s〕で水平に飛んでいる瞬間に，下方から鉛直上方にこの弾丸を速さv_0で当てた。弾丸は木片に入り込み，一体となって放物線を描きながら地面に落下した。重力の加速度をg〔m/s^2〕として以下の問いに答えよ。ただし，飛行距離については，木片や弾丸の大きさは無視できるものとする。

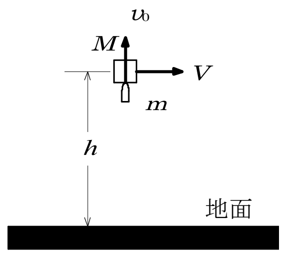


図 3

問５ 木片の打たれた地点から地面に落ちた地点までの水平距離を求めよ。

問６ 木片が最高点に到達したときの地面からの高さを求めよ。

(解説) Ⅰでは運動方程式を用いても解けるが，エネルギーを考える方が便利である。

運動エネルギーの変化量＝された仕事

である。

Ⅱでは，さらに運動量保存則を用いる。

Ⅲでは，衝突の前後の運動量保存則を方向別に考えればよい。

Ⅰ.問 1 抵抗力の大きさを f とする。抵抗力は弾丸の進行方向と逆向きに働くので，弾丸が静止するまでの間に弾丸にする仕事は $-fd$ である。この仕事分だけ運動エネルギーが減少し静止するので

$$0-\frac{1}{2}mv_0^2=-fd \qquad \therefore \qquad f=\frac{mv_0^2}{2d} \quad \cdots① \qquad \cdots(答)$$

問 2 貫通するまでに抵抗力がする仕事は $-fa$ であるので，それ以上の運動エネルギーを持てばよい。初速度 v_1 の条件は

$$\frac{1}{2}mv_1^2-fa \geqq 0$$

$$\therefore \qquad v_1 \geqq \sqrt{\frac{2fa}{m}}=v_0\sqrt{\frac{a}{d}} \qquad \cdots(答)$$

Ⅱ.問 3 一体となった後の速さを V とする。運動量保存則より

$$mv_0=(m+M)V \qquad \therefore \qquad V=\frac{m}{m+M}v_0 \quad \cdots③ \quad \cdots(答)$$

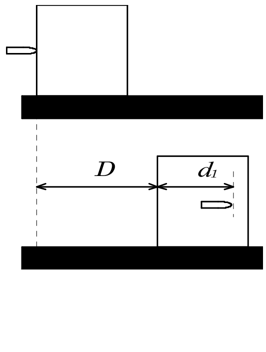
木片中で弾丸が移動した距離を d_1 とすると，木片と弾丸の全体が抵抗力で失ったエネルギーは fd_1 である。ゆえに

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2-\frac{1}{2}mv_0^2=-fd_1$$

①，②の f, V を代入して d_1 を求める。

$$d_1=\frac{M}{m+M}d \qquad \cdots(答)$$

(参考)右図の弾丸が木片に接触してから，弾丸と木片が同じ速さになるまでに，木片が距離 D だけ移動したとする。弾丸は $D+a$ だけ移動したことになる。木片には進行方向に抵抗力 f が働くので，弾丸と木片に抵抗力がする仕事はそれぞれ



弾丸： $-f(D+d_1)$

木片： fD

ゆえに，弾丸と木片全体にした仕事は

$$-f(D+d_1)+fD=-fd_1$$

となる。

問 4 木片を貫通する弾丸の衝突前の最小の速さを v_2 とする。このとき，弾丸の木片への通過距離が a になり，かつ，③で求めた速さ($V=\frac{m}{m+M}v_2$)になるはずである。ゆえに

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2-\frac{1}{2}mv_2^2=-fa$$

V と f を代入して v_2 を求める。

$$v_2=v_0\sqrt{\frac{(m+M)a}{Md}} \qquad \cdots(答)$$

Ⅲ.問 5　弾丸が木片内で静止した後の速度の水平, 鉛直成分を u_x, u_yとする。運動量保存則より

水平　:　$MV=(m+M)u_x$　　$\therefore$　$u_x=\dfrac{M}{m+M}V$

鉛直　:　$m\upsilon_0=(m+M)u_y$　　$\therefore$　$u_y=\dfrac{m}{m+M}\upsilon_0$

一体となった物体は, この初速度で放物運動する。地面に落下するまでの時間を t とすると

$$-h=u_y t-\frac{1}{2}gt^2$$

$t>0$ として t を求めると

$$t=\frac{u_y+\sqrt{u_y^2+2gh}}{g}$$

ゆえに, 水平距離 L は

$$L=u_x t=\frac{mM\upsilon_0 V}{m+M}\left(1+\sqrt{1+2gh\left(\frac{m+M}{m\upsilon_0}\right)^2}\right)\qquad\cdots(答)$$

問 6.衝突点から最高点までの高さを H とすると

$$0-u_y^2=-2gH\qquad\therefore\qquad H=\frac{u_y^2}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{m\upsilon_0}{m+M}\right)^2$$

ゆえに地面からの高さは

$$h+H=h+\frac{1}{2g}\left(\frac{m\upsilon_0}{m+M}\right)^2\qquad\cdots(答)$$