

次の文を読んで、[]には適した式または数値を、{ }からは正しいものを選びその番号を、それぞれ記せ。

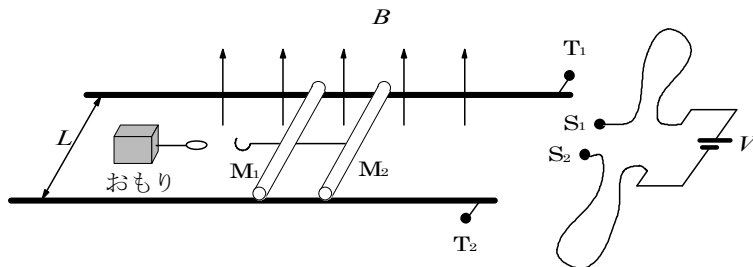
水平な板の上に、図のように導体でできた十分に長い2本のレールが間隔 L で平行に置かれている。電気抵抗が R_1 の金属棒 M_1 と、電気抵抗が R_2 の金属棒 M_2 はともに長さ L で、絶縁体の糸でつながれて2本のレールに直交して置かれ、その上を左右に摩擦なく動けるようになっている。2本のレール間には一様な磁束密度 $B(>0)$ の磁界が鉛直上向きにかかっている。金属棒 M_1 の中心には、おもりと板との摩擦により、左向きに力をかけることができるようになっている。ただし、電気抵抗は $R_1 > R_2$ とする。また、金属棒 M_1 と M_2 以外の導体の電気抵抗、および電流により発生する磁界は無視できるものとする。

(1) 電圧 V の直流電源をレールにつないで金属棒 M_1 と M_2 を右向きに動かすためには、

{イ ① 端子 S_1 を端子 T_1 につなぎ、端子 S_2 を端子 T_2 につなく、② 端子 S_1 を端子 T_2 につなぎ、端子 S_2 を端子 T_1 につなく} ことが必要である。各端子をこのようにつないで電流を流しても金属棒 M_1 と M_2 が動かないようにするためには、大きさ[ロ]の力をおもりによってかはなければならない。このとき直流電源から流れ出る電流は[ハ]である。

(2) おもりをはずしておもりによる力が働かないようにすると、金属棒 M_1 と M_2 は右向きに動き出し、その速さは次第に増加する。金属棒 M_1 と M_2 の速さが u のとき、磁界によって金属棒 M_1 に生じる起電力の大きさは[ニ]であり、金属棒 M_1 を流れる電流の大きさは[ホ]である。また、金属棒 M_1 に働く電磁力は[ヘ]である。金属棒 M_1 と M_2 の質量が等しい場合には、これら2つの金属棒の加速度とそれぞれに働く力の関係を考察することにより、両金属棒をつなぐ糸には[ト]の張力が働いていることがわかる。この金属棒 M_1 と M_2 の動く速さはやがて一定の値[チ]になり、直流電源から流れ出る電流の大きさは[リ]となる。

(3) 次に、(1)の場合とは異なるおもりをつけて金属棒 M_1 に力 F をかけた場合を考える。ただし、力 F は前出の[ロ]の力よりも小さいものとする。上と同様に結線をして電流を流し、金属棒 M_1 と M_2 が動きだし、やがて一定の速さになったとき、その速さは[ヌ]である。このとき金属棒 M_1 と M_2 に働く電磁力が力 F に逆らってする単位時間あたりの仕事 P_F は[ル]である。一方、金属棒 M_1 と M_2 で発生するジュール熱の和 P_J は単位時間あたり[ワ]である。また電源が単位時間あたりにする仕事 P_V は[ワ]である。これらより、 P_F と P_J と P_V の間には[カ]の関係が成り立つ。



(解説)磁場を横切る導体棒に電磁誘導により発生する起電力と、電流に働く力の問題である。導体棒の起電力は電池として置き換えて回路を考える。さらに電流に磁場から働く力(この問題では電磁力となっている)を考えるときは、電流の流れる原因を考えない。とにかく、磁場中の電流に働く力として処理する。力が求めれば後は力学として考える。とにかく、いろいろなことをごちゃ混ぜにせず1つ1つ整理して解くことがコツである。

カ. はエネルギーの流れを考えれば当然である。

電源から供給した電力 = おもりをひく仕事率 + 1秒に発生するジュール熱となっている。ル. ~ワ. から確認するようにしよう。(逆にル. ~ワ. の確認でもある)

(1)イ. フレミングの左手の法則より、磁場から電流に図の右向きに力を働かせるためには、図の手前から奥に電流を流す必要がある。ゆえに、電池の正極 S_1 を T_2 につなぐ必要がある。ゆえに、答は ② …(答)

ロ. 金属棒は静止しているので起電力は発生していない。 M_1 , M_2 に流れる電流をそれぞれ i_1 , i_2 とすると

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}$$

M_1 , M_2 に流れる電流にそれぞれ磁場から力が働く。 M_1 , M_2 を一体と考えて、静止させるため外部から加える力の大きさ F_0 は

$$F_0 = i_1 BL + i_2 BL = \frac{VBL(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \quad \dots(\text{答})$$

ハ. 電源から流れる電流 i は

$$i = i_1 + i_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} V \quad \dots(\text{答})$$

(2)ニ. 金属棒 M_1 に生じる起電力の大きさ V_1 は

$$V_1 = uBL \quad \dots(\text{答})$$

同様に金属棒 M_2 に生じる起電力の大きさ V_2 も $V_2 = uBL$ である。

ホ. 図のような回路になっている。 M_1 , M_2 に流れる電流をそれぞれ i'_1 , i'_2 とし、キルヒホッフの法則より

$$V - V_1 = i'_1 R_1$$

$$\therefore i'_1 = \frac{V - V_1}{R_1} = \frac{V - uBL}{R_1} \quad \dots(\text{答})$$

$V > uBL$ であるので電流の向きは手前から奥向きである。

ヘ. 金属棒 M_1 に磁場から働く力 F_1 はフレミングの左手の法則より右向きで大きさ F_1 は

$$F_1 = i'_1 BL = \frac{(V - uBL)BL}{R_1} \quad \dots(\text{答})$$

ト. i'_2 と金属棒 M_1 に磁場から働く力 F_2 を同様に求めると

$$i'_2 = \frac{V - uBL}{R_2}, \quad F_2 = i'_2 BL = \frac{(V - uBL)BL}{R_2}$$

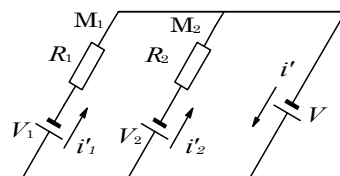
向きは i'_1 , F_1 と同じである。

金属棒 M_1 , M_2 の運動方程式を、金属棒の質量を m , 張力の大きさを T , 右向きを正として加速度を a として

$$\text{金属棒 } M_1 : ma = F_1 + T$$

$$\text{金属棒 } M_2 : ma = F_2 - T$$

これを解いて



$$T = \frac{F_2 - F_1}{2} = \frac{(R_1 - R_2)(V - uBL)BL}{2R_1R_2} \quad \dots(\text{答})$$

チ. 金属棒 M_1, M_2 に働く磁場からの力が 0 となればよい。そのためには電流 i'_1, i'_2 が 0 である必要がある。そのための条件はともに

$$V - uBL = 0 \quad \therefore \quad u = \frac{V}{BL} \quad \dots(\text{答})$$

(別解)口の運動方程式より加速度 a を求めると

$$a = \frac{F_1 + F_2}{2m} = \frac{(R_1 + R_2)(V - uBL)}{2mR_1R_2}$$

加速度 a が 0 となると速度は一定になるので

$$V - uBL = 0 \quad \therefore \quad u = \frac{V}{BL}$$

リ. $i'_1 = 0, i'_2 = 0$ であるので, 電源を流れる電流 i' は

$$i' = i'_1 + i'_2 = 0 \quad \dots(\text{答})$$

(3)又. 一定の速さを u_0 とする。金属棒 M_1, M_2 に生じる起電力の大きさをそれぞれ V'_1, V'_2 とすると

$$V'_1 = V'_2 = u_0BL$$

(2)と同様な回路となっている。ゆえに M_1, M_2 に流れる電流 i''_1, i''_2 は, キルヒホッフの法則より

$$i''_1 = \frac{V - V'_1}{R_1} = \frac{V - u_0BL}{R_1}, \quad i''_2 = \frac{V - V'_2}{R_2} = \frac{V - u_0BL}{R_2}$$

金属棒 M_1, M_2 を一体と考えて, 磁場から電流に働く力と, おもりが引く力 F とつりあっている

$$F = i''_1 BL + i''_2 BL = \frac{(R_1 + R_2)(V - u_0BL)}{R_1R_2} BL$$

$$\therefore \quad u_0 = \frac{1}{BL} \left\{ V - \frac{R_1R_2F}{(R_1 + R_2)BL} \right\} \quad \dots(\text{答})$$

ル. 力 F , 速さ u_0 でおもりを引くので

$$P_F = Fu_0 = \frac{F}{BL} \left\{ V - \frac{R_1R_2F}{(R_1 + R_2)BL} \right\} \quad \dots(\text{答})$$

ヲ. 又で求めた u_0 より, i''_1, i''_2 を求めると

$$i''_1 = \frac{V - u_0BL}{R_1} = \frac{R_2F}{(R_1 + R_2)BL}, \quad i''_2 = \frac{V - u_0BL}{R_2} = \frac{R_1F}{(R_1 + R_2)BL}$$

ゆえに

$$P_J = R_1 i''_1{}^2 + R_2 i''_2{}^2 = \frac{R_1R_2F^2}{(R_1 + R_2)B^2L^2} \quad \dots(\text{答})$$

ワ. 電源を流れる電流 i'' は

$$i'' = i''_1 + i''_2 = \frac{F}{BL}$$

ゆえに

$$P_V = i''V = \frac{FV}{BL} \quad \dots(\text{答})$$

カ. $P_V = P_F + P_J \quad \dots(\text{答})$

(ル. ヲ. ワ. より確かめること)