次の文を読んで，[　　]には適した式を，{　　}からは正しいものを選びその番号を，また『　　』には 25 字～50 字の適切なことばを，それぞれ求めよ。なお，必要な場合には，微小量 x および任意の実数 k に対して成りたつ近似式，$(1+x)^k \fallingdotseq 1+kx$ (ただし，$|x| \ll 1$)を用いよ。

同じ長方形の 2 枚の導体極板 A，B が間隔 d で向かいあわせに配置された平行板コンデンサーを考える。コンデンサーは空気中にあり，空気の誘電率を ε とし，極板の端における電場の乱れはつねに無視できるものとする。

(1)図 1 のように，極板 A，B の辺の長さを a，l とし，極板間に起電力 V の電池とスイッチ K を直列につなぐ。スイッチを閉じて十分に時間がたってからスイッチを開いたとき，コンデンサーにたくわえられたエネルギーは[イ]である。充電されたコンデンサーの極板はクーロン力によりたがいに引力を及ぼしあっている。この力に抗して一方の極板に外力を加え，極板間の間隔を $d+\Delta d$ まで微小変化させたとすると，この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量は[ロ]である。このエネルギーの変化量が外力のした仕事に等しいことから，極板間の引力は[ハ]に等しいことがわかる。この力の大きさをコンデンサー内の電場の強さ E を用いて表し，極板の単位面積当たりの力の大きさを求めると[ニ]となる。

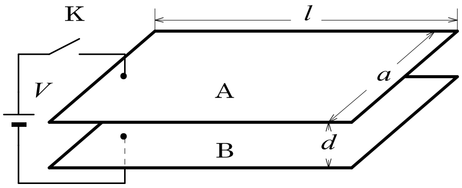

図 1

(2)次に，向かいあった極板の面積を同時に変えることができる平行板コンデンサーを考えよう。図 2 のように，両極板はいずれも同じ幅 a の 2 枚の薄い導体板を部分的に重ねて作られている。極板の左右の端には極板間に薄い絶縁性の側板が取り付けられており，右側の側板 W を左右に動かして導体板の重なりを調整することにより，極板の面積を変えることができる。このとき，重ねられた導体板はつねに接触しているが摩擦なしにすべらせることができ，また，極板間の間隔 d の変化はないとする。このコンデンサーを充電したとき，側板には，上下の極板が押しつける力のほかに横方向の力がはたらくことが，以下のようにしてわかる。この横方向の力の性質を調べてみよう。

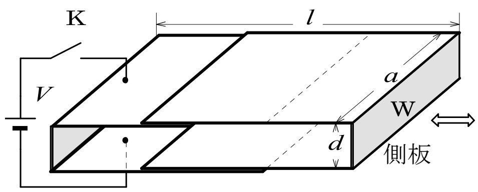

図 2

(a)はじめに，極板の左右の長さを l に保ち，(1)の場合と同様に，回路のスイッチ K を閉じて充電したあと，スイッチを開いておく。ここで，側板にはたらく横方向の力に抗して側板 W に外力を加え，極板の長さを $l+\Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量は[ホ]である。このことから，微小変化の間は側板にはたらく力の大きさは一定であるとみなして側板に加えた外力を求めると，[ヘ]となる。

(b)ふたたび極板の長さを l にもどしたあと，こんどはスイッチ K を閉じたまま，やはり側板 W に横方向の外力を加え，極板の長さを $l+\Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この場合に，コンデンサーにたくわえられたエネルギーの変化量は[ト]であり，また，この間に電池

がする仕事は，たくわえられた電気量の変化を考慮すれば，[　チ　]である。したがって，この場合に加えた外力は[　リ　]となる。以上より，このコンデンサーの側板 W にはたらく横方向の力の向きは，(a)の場合には図 2 の{　ヌ　:①左向き　,　②右向き　}，また，(b)の場合には図 2 の{　ル　:①左向き　,　②右向き　}であることがわかる。この力の大きさをコンデンサー内の電場の強さ E を用いて表し，側板 W の単位面積当たりの力の大きさを求めると，(a)，(b)のいずれの場合も，[　ヲ　]となる。このような横方向の力が生じるのは，『　ワ　』が原因である。

(解説)コンデンサーに働く力の問題であるが，静電エネルギーの変化から力を求める。

容量 C のコンデンサーの極板間の電圧が V で，電荷 Q が蓄えられているとき，静電エネルギーU は

$$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{Q^2}{2C}$$

スイッチの状態により，電荷が一定なのか，電圧が一定なのかを判断し，静電エネルギーを求めればよい。

(2)の(b)で電池がつながっている状態では，電池も仕事をする事に注意しよう。

(1)イ. コンデンサーの容量 C_0，蓄えられた電荷 Q_0 は

$$C_0=\frac{\varepsilon al}{d} \quad , \quad Q_0=C_0V=\frac{\varepsilon alV}{d}$$

コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーU_0 は

$$U_0=\frac{1}{2}Q_0V=\frac{\varepsilon alV^2}{2d} \qquad \cdots(答)$$

ロ. 極板を広げた後，容量が C_1 に変化する。

$$C_1=\frac{\varepsilon al}{d+\varDelta d}$$

K を開いているので，蓄えられた電荷は変化しないので静電エネルギーU_1 は

$$U_1=\frac{Q_0^2}{2C_1}=\frac{\varepsilon alV^2(d+\varDelta d)}{2d^2}$$

ゆえに静電エネルギーの変化量 $\varDelta U_1$ は

$$\varDelta U_1=U_1-U_0=\frac{\varepsilon alV^2(d+\varDelta d)}{2d^2}-\frac{\varepsilon alV^2}{2d}=\frac{\varepsilon alV^2}{2d^2}\varDelta d \qquad \cdots(答)$$

ハ. 外力を F_1 とする。外力のする仕事が静電エネルギーの変化となるので

$$F_1\varDelta d=\varDelta U=\frac{\varepsilon alV^2}{2d^2}\varDelta d \qquad \therefore \quad F_1=\frac{\varepsilon alV^2}{2d^2}$$

極板間の引力を f_1 とすると，外力とつりあっているので

$$f_1+F_1=0$$

$$\therefore \quad f_1=-F_1=-\frac{\varepsilon alV^2}{2d^2} \qquad \cdots(答)$$

（ただし，極板を広げる方向を正とする。ゆえに，極板間には引力が働く。）

ニ. 電場 $E=\dfrac{V}{d}$ なので，引力 f_1 の大きさを表すと

$$|f_1|=\frac{\varepsilon alV^2}{2d^2}=\frac{\varepsilon alE^2}{2}$$

これを極板の面積で割って

$$\frac{|f_1|}{al}=\frac{\varepsilon E^2}{2} \qquad \cdots(答)$$

(2)(a)ホ. 初めの状態では，極板に蓄えられた電荷は Q_0 である。極板の長さを変化させた後の容量を C_2 として

$$C_2=\frac{\varepsilon a(l+\varDelta l)}{d}$$

静電エネルギーU_2 は

$$U_2=\frac{Q_0^2}{2C_2}=\frac{\varepsilon al^2V^2}{2d(l+\varDelta l)}$$

ここで$\Delta l \ll l$として近似を用いて

$$U_2 = \frac{Q_0^2}{2C_2} = \frac{\varepsilon a l V^2}{2d\left(1+\frac{\Delta l}{l}\right)} \fallingdotseq \frac{\varepsilon a l V^2}{2d}\left(1-\frac{\Delta l}{l}\right)$$

ゆえに静電エネルギーの変化量ΔU_2は

$$\Delta U_2 = U_2 - U_0 = \frac{\varepsilon a l V^2}{2d}\left(1-\frac{\Delta l}{l}\right) - \frac{\varepsilon a l V^2}{2d} = -\frac{\varepsilon a V^2}{2d}\Delta l \qquad \cdots(答)$$

へ. 側板に加えた外力をF_2とする。外力のする仕事が静電エネルギーの変化となるので

$$F_2 \Delta l = \Delta U_2 = -\frac{\varepsilon a V^2}{2d}\Delta l \qquad \therefore \quad F_2 = -\frac{\varepsilon a V^2}{2d} \qquad \cdots(答)$$

（ただし，側板を広げる方向が正である。）

(b)ト. この場合は，電圧がVで一定である。ゆえに静電エネルギーU_3は

$$U_3 = \frac{1}{2}C_2 V^2 = \frac{\varepsilon a(l+\Delta l)}{2d}V^2$$

ゆえに静電エネルギーの変化量ΔU_3は

$$\Delta U_3 = U_3 - U_0 = \frac{\varepsilon a(l+\Delta l)V^2}{2d} - \frac{\varepsilon a l V^2}{2d} = \frac{\varepsilon a V^2}{2d}\Delta l \qquad \cdots(答)$$

チ. 側板を広げた後，蓄えられた電荷 Q_3は

$$Q_3 = C_2 V = \frac{\varepsilon a(l+\Delta l)}{d}V$$

であるので，電池を通過した電荷ΔQは

$$\Delta Q = Q_3 - Q_0 = \frac{\varepsilon a(l+\Delta l)}{d}V - \frac{\varepsilon a l V}{d} = \frac{\varepsilon a V}{d}\Delta l$$

ゆえに電池がした仕事W_Eは

$$W_E = \Delta Q V = \frac{\varepsilon a V^2}{d}\Delta l \qquad \cdots(答)$$

リ. 外力を F_3とする。電池がした仕事 W_Eと，外力のした仕事$F_3\Delta l$の和が静電エネルギーの変化ΔU_3となるので

$$W_E + F_3\Delta l = \Delta U_3$$

$$F_3\Delta l = \Delta U_3 - W_E = \frac{\varepsilon a V^2}{2d}\Delta l - \frac{\varepsilon a V^2}{d}\Delta l = -\frac{\varepsilon a V^2}{2d}\Delta l$$

$$\therefore \quad F_3 = -\frac{\varepsilon a V^2}{2d} \qquad \cdots(答)$$

ヌ. (a)では外力が負であるので側板を広げる方向と逆向きである。ゆえに側板に働く力は外力とつりあっているので，側板を広げる方向なので，右向きである。　② 　…(答)

ル. (b)も(a)と同様である。　② 　…(答)

ヲ.　接触している極板にはそれぞれ同符号の電荷があり反発する。　…(答)