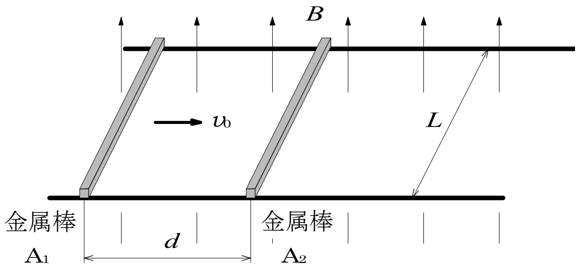

図のように，磁束密度の大きさが B で鉛直上向きの一様な磁場(磁界)がかかった水平面に，十分に長い２本の金属レールが間隔 L で平行に置かれている。また，２本のレールの上をなめらかに移動できる，質量 m_1 の金属棒 A_1 と質量 m_2 の金属棒 A_2 がある。これらは太さが無視でき，レール上では，レールに対していつも垂直である。 A_1 と A_2 は，どちらも抵抗値 R の電気抵抗をもっている。レールの電気抵抗とすべての接点の電気抵抗は無視できる。

まず，A_1 だけがレール上にあり，レールに沿って速さ v_0 で右方向に運動している。この状態で，時刻 t_0 に，A_1 から距離 d だけ右側に離れたレール上に，A_2 をそっと置いた。その後の A_1 と A_2 の運動を観察したが，これらが接触することはなかった。レールや金属棒を流れる電流によって発生する磁場の影響は無視できる。速度や力は右向きを正として，以下の問いに答えよ。

問１ 時刻 t_0 以降の任意の時刻における A_1、A_2 の速度を，それぞれ v_1，v_2 とする。このとき，

A_1 の A_2 に対する相対速度 $v_1 - v_2$ と，金属棒を流れる電流の大きさ I との間に，

I=［　　］$\times \left(v_1 - v_2\right)$ の関係が成り立つ。［　　］に入る数式を，m_1，m_2，B，L，R のうちの

必要なものを用いて表せ。なお，$v_1 \geqq v_2$ が成り立っている。

問２ 問１と同時刻に，A_1 および A_2 が磁場から受ける力 F_1，F_2 を，B，I，L，R のうちの必要なものを用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

問３ A_1 と A_2 の運動量の和は保存する。この理由を，F_1，F_2 を用いて，30 字程度で記せ。

問４ 時刻 t_0 から十分に長い時間がたつと，A_1，A_2 は磁場から力を受けなくなる。このときの A_1，A_2 の速度を，m_1，m_2，v_0 を用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

導体を流れる電流は，単位時間あたりに，その導体の断面を通過した電気量である。そこで，問２で考察した電流と力の関係から，金属棒の断面を通過する電気量と金属棒が得た運動量の関係を考えてみる。

問５ 時刻 t_0 以降の任意の時刻 t から $t + \Delta t$ までの短い時間 Δt の間に，A_2 の断面を電気量

$\Delta Q\,(\Delta Q > 0)$ が通過したとする。その間の A_2 の運動量の変化量を ΔP_2 とするとき，$\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q}$ を，

m_2，B，L，R のうちの必要なものを用いて，符号を含めて表せ。

ここで求めた$\dfrac{\varDelta P_2}{\varDelta Q}$は，時間に依存しない定数である。それゆえ，時刻 t_0 以降の任意の時刻までに A_2 の断面を通過した電気量と，その間に A_2 が得た運動量の間には，比例関係が成り立つ。

問６　時刻 t_0 から十分に長い時間がたったとき，それまでに A_2 の断面を通過した総電気量 Q （$Q > 0$)を，m_1，m_2，v_0，B，L，R のうちの必要なものを用いて表せ。

任意の時刻 t における A_1 の A_2 に対する相対速度 $v_1 - v_2$ を考えると，時刻 t から $t + \varDelta t$ までの短い時間 $\varDelta t$ の間に，A_1 と A_2 は，$(v_1 - v_2)\varDelta t$ だけ近づく。A_1 と A_2 が接触しないためには，d がある値 d_c より大きくなければならない。

問７　問１で求めた相対速度と電流の関係を利用し，d_c を，Q, B, L, R を用いて表せ。

(解説)金属棒に発生する起電力を電池と考え，直流回路として電流を求める。磁場から電流に働く力を考えるときは，磁場と電流の関係だけ考えて，電磁誘導のことは忘れてよい。

問５以降，微分，積分的な考え方が出てくるが，この程度は出来るようになっておこう。A を定数として変数 x, y の変化量に

$$\frac{dy}{dx} = A$$

の関係があるとする。x, y の変化量が比例するので

$$dy = Adx$$

$$y = \int dy = A\int dx$$

ということである。

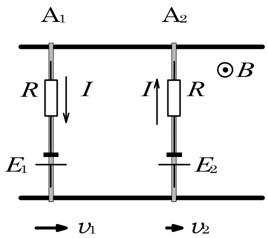

図 1

問１ 金属棒 A_1, A_2 には電磁誘導によりそれぞれ大きさ E_1, E_2 の起電力が発生する。向きは図１のようになる。

$$E_1 = v_1BL \quad , \quad E_2 = v_2BL$$

$v_1 \geqq v_2$ より，$E_1 \geqq E_2$ であることも考慮し，図１の向きの電流を I として，キルヒホッフの法則より

$$E_1 - E_2 = RI + RI \quad \cdots①$$

$$\therefore \quad I = \frac{E_1 - E_2}{2R} = \frac{BL}{2R}(v_1 - v_2) \quad \cdots② \qquad \frac{BL}{2R} \quad \cdots(答)$$

問２ 磁場から受ける力の向きはフレミングの左手の法則より A_1 は左向き，A_2 は右向きである。電流の大きさは共に I であるので

$$F_1 = -IBL \quad , \quad F_2 = IBL \quad \cdots(答)$$

問３ A_1, A_2 に流れる電流は常に同じ大きさで逆向きである。ゆえに A_1, A_2 に働く力も同じ大きさで逆向きになる。

(答)常に $F_1 = -F_2$ であるので，A_1, A_2 に与える力積の和は０であるため

問４ このときの A_1, A_2 の速度を V_1, V_2 として，運動量保存則より

$$m_1v_0 = m_1V_1 + m_2V_2 \quad \cdots③$$

電流が流れなくなったとき，磁場からの力が０になる。①式よりそれは $E_1 = E_2$ のときであるので A_1, A_2 の速度は等しく，$V_1 = V_2$ であるので③式に代入して V_1, V_2 を求める。

$$V_1 = \frac{m_1v_0}{m_1 + m_2} \quad , \quad V_2 = \frac{m_1v_0}{m_1 + m_2} \quad \cdots(答)$$

問５ このとき A_2 に流れる電流 i は

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \cdots④$$

である。また A_2 に磁場から働く力 f_2 は

$$f_2 = iBL$$

である。運動量の変化量＝力積 であるので

$$\Delta P_2 = f_2\Delta t = iBL\Delta t$$

④式の i を代入して整理すると

$$\Delta P_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \times BL\Delta t \qquad \therefore \quad \frac{\Delta P_2}{\Delta Q} = BL \quad \cdots⑤ \quad \cdots(答)$$

問６ ⑤式は，運動量の変化と A_2 を通過した電気量が比例することを示している。ゆえに通過した総電気量 Q は，t_0 以降の A_2 の運動量変化となる。

$$Q = \frac{1}{BL}(m_2V_2 - 0) = \frac{m_1m_2v_0}{BL(m_1 + m_2)} \quad \cdots(答)$$

問 7　短い時間 Δt の間で，金属棒 A_1, A_2 の間の距離の変化 Δx は

$$\Delta x = (v_1 - v_2)\Delta t$$

②式より $v_1 - v_2$ を代入して，さらに $I\Delta t = \Delta Q$ であるので

$$\Delta x = \frac{2R}{BL} I\Delta t = \frac{2R}{BL}\Delta Q$$

ゆえに t_0 以降の A_1, A_2 の間の距離の総変化量 x は

$$x = \frac{2R}{BL} Q$$

ゆえに，接触しないためには

$$d_c = \frac{2R}{BL} Q \qquad \cdots(\text{答})$$