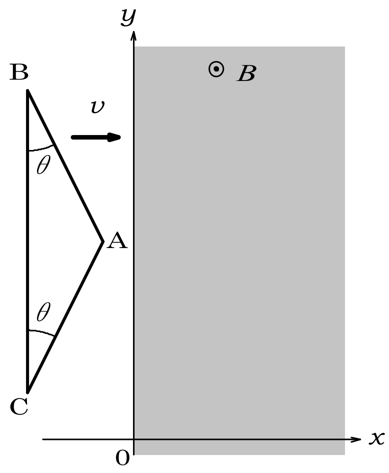
図のように xy 平面に対して垂直に，磁束密度 B の磁場が $x \geqq 0$ の範囲にかけられている。磁場の方向は紙面の裏から表向きである。二等辺三角形のコイル ABC を速さ v で x 軸に平行に正方向に移動させる。辺 AB, CA の長さは l, $\angle ABC = \angle BCA = \theta$ ある。またコイル全体の電気抵抗は R である。辺 BC を x 軸に直交させた状態でコイルを動かす。コイルの頂点 A が $x = 0$ となったとき時刻 $t = 0$ とする。



時刻 t (ただし $0 \leqq t \leqq \dfrac{l\sin\theta}{v}$)のときを考える。

(1)コイルを貫く磁束 Φ を求めよ。

(2)時刻 t から微少な時間 Δt だけ経過する間に，コイルを貫く磁束の変化量 Δt を求めよ。ただし，Δt は微少であるので $(\Delta t)^2$ の項は無視してよい。

(3)コイルに発生する起電力の大きさを求めよ。またコイルに流れる電流の大きさと向きを求めよ。電流は A→B→C の向きに流れる時を正とする。

(4)コイルの辺 AB に働く磁場からの力の大きさと向きを答よ。

(5)コイルを一定の速さで動かすために外部から加える力の大きさと向きを求めよ。またその力の仕事率を求めよ。

(6)コイルでの消費電力を求めよ。

(解説)磁場を通過するコイルの電磁誘導では，起電力を求めるのに次の①，②の２つの考え方がある。(根本は同じなのだが)

① 時間 Δt の間にコイルを貫く磁束が $\Delta\Phi$ だけ変化すると起電力 V は

$$V=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ただし，右手の親指の向きを Φ の正方向として，指の回る方向が V の正方向である。

向きが，難しく感じるなら，大きさを

$$|V|=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

で求め，向きはレンツの法則で考えてもよい。

② 磁場中にある導体棒を，磁場を横切る導体棒と考えて起電力を求める。導体棒の速さを v，速さと直交する方向の長さを l とすると，磁場の磁束密度を B として

$$|V|=vBl$$

である。起電力の向きは，右手の親指を導体棒の速度の方向，人差し指を磁場の方向として，中指の向きである。

(1)A の x 座標は vt である。磁場中にあるコイルの y 方向長さは $\frac{2vt}{\tan\theta}$ であるので，コイルを貫く磁束 Φ は

$$\Phi=B\times\frac{1}{2}\times vt\times\frac{2vt}{\tan\theta}=\frac{Bv^2t^2}{\tan\theta}\qquad\cdots(答)$$

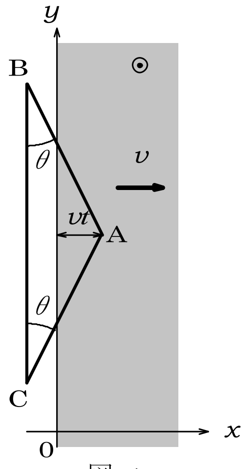


図 1

(2)時刻 Δt 後の磁束 Φ'は

$$\Phi'=\frac{Bv^2(t+\Delta t)^2}{\tan\theta}=\frac{Bv^2\{t^2+2t\Delta t+(\Delta t)^2\}}{\tan\theta}\fallingdotseq\frac{Bv^2(t^2+2t\Delta t)}{\tan\theta}$$

ゆえに変化量 $\Delta\Phi$ は

$$\Delta\Phi=\Phi'-\Phi=\frac{2Bv^2t\Delta t}{\tan\theta}\qquad\cdots(答)$$

(正味，面積の変化を求めてもよい)

(3)起電力の大きさ V は

$$V=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\frac{2Bv^2t}{\tan\theta}\qquad\cdots(答)$$

向きはレンツの法則より A→C→B の向きである。

ゆえに電流 I は A→C→B の向きなので

$$I=-\frac{V}{R}=-\frac{2Bv^2t}{R\tan\theta}\qquad\cdots(答)$$

(別解)磁場を横切る導体棒の電磁誘導として考える。図２のように辺 AB，CA 中で $y=0$ となる点をそれぞれ B’，C’とする。

辺 AB’の導体棒の速度の直角方向の長さは $\frac{vt}{\tan\theta}$ であるので，それぞれの導体棒に発生する起電力 $V_{AB'}$，$V_{CA'}$は

$$V_{AB'}=V_{CA'}=v\times B\times\frac{vt}{\tan\theta}=\frac{Bv^2t}{\tan\theta}$$

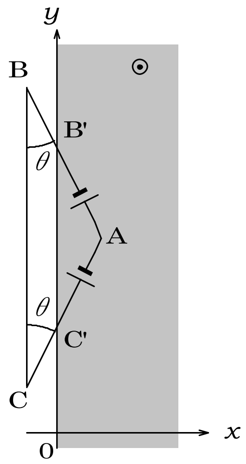


図 2

それぞれ図２のような電池が出来ると考えればよい。コイル全体の起電力の大きさ V は

$$V = V_{AB'} + V_{CA'} = \frac{2Bv^2 t}{\tan\theta}$$

(4)磁場から電流に働く力は，磁場と電流のそれぞれと直交し，向きはフレミングの左手の法則より，図 3 のようになる。辺 AB に働く力の大きさ F_{AB} は，磁場中の辺の長さが $\dfrac{vt}{\cos\theta}$ であるので

$$F_{AB} = |I| B \frac{vt}{\cos\theta} = \frac{2B^2 v^3 t^2 \cos\theta}{R\sin^2\theta} \qquad \cdots(答)$$

向きは，辺 AB に直角で速度と逆方向　　…(答)

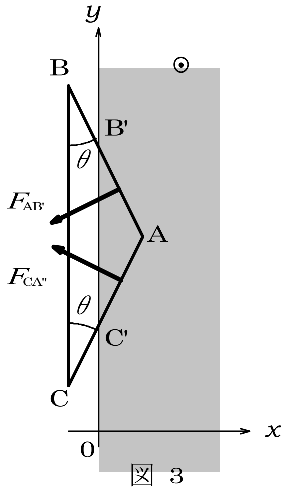


図 3

(5)辺 CA に働く力の大きさ F_{CA} も同じ F_{AB} である。この 2 力の合力 F は x 負方向で

$$F = 2F_{AB}\cos\theta = \frac{4B^2 v^3 t^2 \cos^2\theta}{R\sin^2\theta} = \frac{4B^2 v^3 t^2}{R\tan^2\theta}$$

一定の速さで動かすためには，力はつりあっている必要がある。ゆえに外部から加える力は

大きさ　$F = \dfrac{4B^2 v^3 t^2}{R\tan^2\theta}$　　…(答)

向きは　x 正方向　　…(答)

この力の仕事率 P は

$$P = Fv = \frac{4B^2 v^4 t^2}{R\tan^2\theta} \qquad \cdots(答)$$

(6)消費電力 P_E は

$$P_E = |I| V = \frac{4B^2 v^4 t^2}{R\tan^2\theta} \qquad \cdots(答)$$

これは，外部から加える力の仕事率と一致する。つまり，外部から与える仕事が，コイルでの消費電力になる。