次の文を読んで，[　　]には適した式または数値を，{　　}からは適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。なお，【　　】はすでに[　　]で与えられたものと同じものを表す。また，問１～問３では，指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図１に示すように，一端に振動板(スピーカー)を取り付けた円筒形の透明な容器に，ふたをして空気を密閉し，水平に置いた。ふたは，容器内の気圧が外気圧と等しくなるように水平方向(図１の x 軸方向)に動くが，音波によって振動することはないとする。また，この容器の内壁には，はじめ，軽い粉が水平方向に一様に薄く置かれている。容器内の空気は理想気体であるとする。

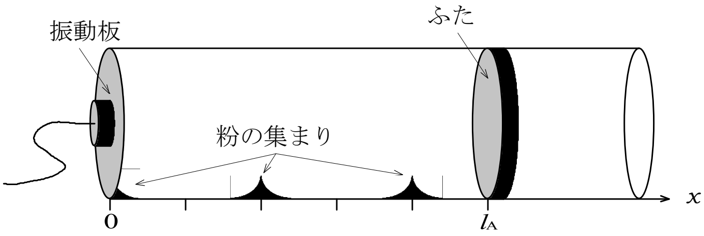


図 1

まず，容器内の空気の絶対温度を T_A にした。このとき，気柱の長さ(振動板からふたまでの距離)が l_A になった。この状態で，振動板から単一振動数の音を発し，その振動数を変化させていったところ，振動数が f のとき，図１に示すように容器内の３ケ所(うち１ケ所は振動板近傍)に等間隔に粉が集まり，気柱が共鳴を起こしていることがわかった。なお，図１の x 軸は，気柱の左端を原点($x=0$)とした気柱の水平方向の座標軸であり，目盛りは $\dfrac{l_A}{5}$ の間隔で付けてある。

問１　粉の集まりの中心の位置(振動板近傍の集まりについては，振動板の位置 $x=0$)は，３ケ所とも共鳴の定常波の腹の位置である可能性と，３ケ所とも節の位置である可能性がある。また，この気柱の右端のふたは固定端であると考えてよいとする。気柱に生じた定常波による，ある時刻における各 x での空気の変位 y を，解答用紙のグラフに記入せよ。なお，グラフ中の破線は，その時刻における腹の位置での空気の変位を示す。空気の変位 y は x 軸の正の向きを正とする。

気柱の共鳴音波の波長 λ_A および気柱内の音速 V_A は，l_A と f を用いて，それぞれ $\lambda_A=$ [　あ　]，$V_A=$ [　い　]と表される。なお，この気柱が共鳴を起こす最も低い振動数は f を用いて[　う　]と表される。

気柱に定常波がある場合の，気柱の各点での空気の変位と空気の密度との間の関係を考えよう。定常波がない場合に，位置 x と $x+\Delta x$ (Δx は正の微小量)の間の筒状の領域を筒領域Ⅰと呼ぶ(図２参照)。定常波がある場合に，位置 x における空気の変位を y，位置 $x+\Delta x$ における空気の変位を $y+\Delta y$ とすると，筒領域Ⅰ内にあった空気は位置[　え　]と[　お　]の間

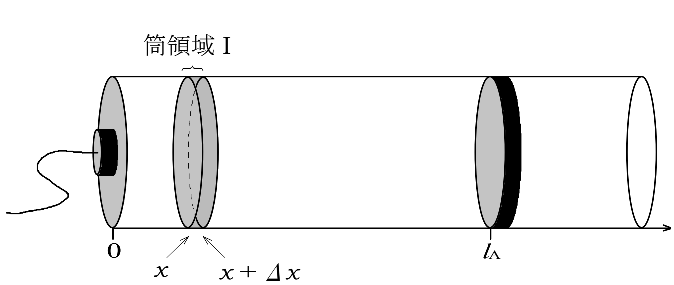


図 2

の筒領域IIに移動する。したがって，この 2 つの筒領域の空気の密度の比は，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$を用いて

$$\frac{\text{定常波があるときの筒領域II の空気の密度}}{\text{定常波がないときの筒領域 I の空気の密度}}=[\quad か \quad]$$

と表される。したがって，問 1 のグラフの曲線の{き:① yが最大　② yが最小
③ 傾きが最大　④ 傾きが最小}の位置 x が空気の密度が最小になる位置である。

問 2　問 1 のグラフの x 軸上に，問 1 で考えた時刻における空気の密度が最大となる位置のすべてに○印を，空気の密度が最小となる位置のすべてに×印を記入せよ。ただし，気柱の端点は除く。

次に，振動数 f の音を振動板から発しながら，この容器内の空気の絶対温度を T_A から上げていくと，容器のふたが水平方向に動いていき，気柱の長さが l_B になった。このとき，気柱に再び共鳴が起こり，こんどは容器内の 4 ケ所(うち 1 ケ所は振動板近傍)に等間隔に粉が集まった。このときの，気柱の共鳴音波の波長 λ_B は，l_B を用いて λ_B=[　く　]と表される。また，容器内の空気の絶対温度 T_B を l_A，l_B，T_A を用いて表すと T_B=[　け　]である。

仮に，空気中の音速が温度によらず一定であれば，2 つの波長 λ_A と λ_B は等しいので，$\dfrac{l_B}{l_A}$ =
[　こ　](数値)であり，絶対温度 T_B は T_A を用いて T_B＝[　さ　]と表される。

しかし，実際には，空気中の音速は温度によって変化し，絶対温度 T における音速 V は

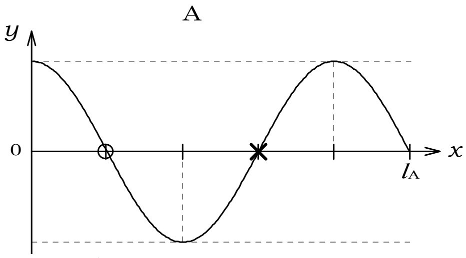
$$V = V_0 + bT \cdots(1)$$

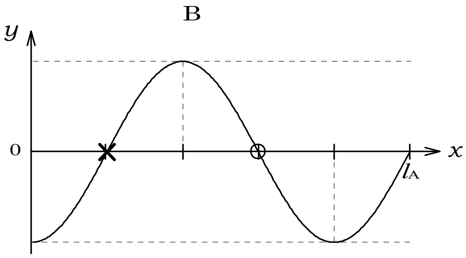
と表される。V_0 および b は正の定数である。温度が高くなると音速は大きくなるので，比$\dfrac{l_B}{l_A}$は，音速が一定の場合の値【　こ　】{し:① より大きくなる　②と同じである③より小さくなる}。

問 3　上の実験における測定値 f，T_A，l_A，l_B のみを用いて，式(1)の定数 V_0 と b を表せ。ただし，導出の過程も示せ。

(解説)気柱の共鳴状態を調べるクントの実験の問題である。粉の集まる位置が腹か節か明示されていないが，ふたが固定端と示されていることから考える。固定端は必ず節になる。以後，波の基本に忠実に解こう。音速，振動数が変わらないのであれば波長は変わらない。[え]～[か]はやや難しいように見えるが，誘導に素直に従うこと。結論として縦波の疎，密が分かることになるが，[え]～[か]が出来なくても疎，密の位置は分かるであろう。[け]以降で温度変化を考慮する必要があるが，これも誘導に従おう。難しくない。

問 1 固定端の位置では節が出来る。ゆえに，粉の集まった位置は，腹である。ゆえに腹の位置で変位が最大となるグラフを描けばよいが，正負どちらもよいので下図のA，Bのどちらでも正解である。





あ. 気柱の腹，節の様子より考えて波長 λ_A は

$$\frac{5}{4}\lambda_A = l_A \qquad \therefore \quad \lambda_A = \frac{4}{5}l_A \qquad \cdots① \quad \cdots(答)$$

い. $$V_A = f\lambda_A = \frac{4}{5}fl_A \qquad \cdots(答)$$

う. ふたが節，振動板が腹であるので，共鳴する振動数が最も低い＝波長が長いときの波長 λ は

$$\frac{\lambda}{4} = l_A \qquad \therefore \quad \lambda = 4l_A$$

このときの振動数 f_0 は，[い]の結果も使って

$$f_0 = \frac{V}{\lambda} = \frac{V_A}{4l_A} = \frac{f}{5} \qquad \cdots(答)$$

え. 元々 x の位置の空気が y だけ変位するので，空気の位置は

$x + y$ $\cdots$(答)

お. 同様に元々 $x + \varDelta x$ の位置の空気が $y + \varDelta y$ だけ変位するので，空気の位置は

$x + \varDelta x + y + \varDelta y$ $\cdots$(答)

か. 筒領域Ⅰの空気が，筒領域Ⅱに移動する。筒領域内の空気の質量は一定であるので，密度は体積に反比例する。円筒の断面積を S とすると

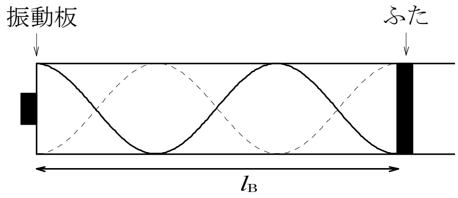
$$\frac{\text{定常波があるときの筒領域Ⅱの空気の密度}}{\text{定常波がないときの筒領域Ⅰの空気の密度}} = \frac{S\{(x+\varDelta x) - x\}}{S\{(x+\varDelta x+y+\varDelta y) - (x+y)\}}$$

$$= \frac{1}{1 + \dfrac{\varDelta y}{\varDelta x}} \qquad \cdots② \quad \cdots(答)$$

き. 定常波の密度が最小になるのは②式の分母が最大，ゆえに $\dfrac{\varDelta y}{\varDelta x}$ が最大になるときであるので，傾きが正で最大のときである。ゆえに ③ $\cdots$(答)

問 2. [き]と同様に，定常波の密度が最大になるのは②式の分子が最小，ゆえに $\dfrac{\varDelta y}{\varDelta x}$ が最大になるときであるので，傾きが負で最大のときである。最小の位置に○，最大の位置に×を記入する。(解答は問１の図に記入済み)

く. 右図のように腹が 4 カ所の定常波が出来る。波長 λ_B は



$$\frac{7}{4}\lambda_B = l_B$$

$$\therefore \quad \lambda_B = \frac{4}{7}l_B \qquad \cdots③ \quad \cdots(答)$$

け. 圧力一定の気体の状態変化であるので，シャルルの法則より

$$\frac{Sl_A}{T_A} = \frac{Sl_B}{T_B} \qquad \therefore \quad T_B = \frac{l_B}{l_A}T_A \qquad \cdots④ \quad \cdots(答)$$

こ. 振動数，音速が一定であるので波長も同じである。ゆえに①，③式より

$$\lambda_A = \lambda_B$$

$$\frac{4}{5}l_A = \frac{4}{7}l_B \qquad \therefore \quad \frac{l_B}{l_A} = \frac{7}{5} \qquad \cdots(答)$$

さ. ④式より

$$T_B = \frac{l_B}{l_A}T_A = \frac{7}{5}T_A \qquad \cdots(答)$$

し. 同じ振動数で速さが大きくなると，波長は大きくなるので

$$\lambda_A < \lambda_B$$

$$\frac{4}{5}l_A < \frac{4}{7}l_B \qquad \therefore \quad \frac{l_B}{l_A} > \frac{7}{5}$$

【こ】の場合より大きい。　① …(答)

問 3. 振動数は変化しないので

$$f = \frac{V_0 + bT_A}{\lambda_A} = \frac{V_0 + bT_A}{\frac{4l_A}{5}} \qquad \cdots⑤$$

$$f = \frac{V_0 + bT_B}{\lambda_B} = \frac{V_0 + bT_B}{\frac{4l_B}{7}} \qquad \cdots⑥$$

と，④式より V_0，b を求める。

$$V_0 = \frac{8fl_Al_B}{35(l_B - l_A)} \quad , \quad b = \frac{4fl_A(5l_B - 7l_A)}{35(l_B - l_A)T_A} \qquad \cdots(答)$$