（動滑車による運動）

次の文を読んで，［　］に適した式をそれぞれ最も簡単な形で記せ。なお，【　】は，すでに［　］で与えられたものと同じものを表す。

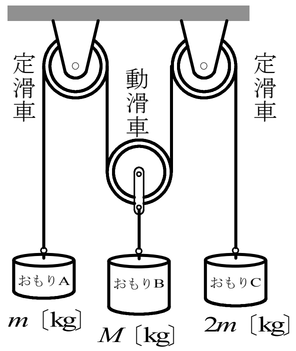

図1

２種類のおもりA，Cが質量を無視できる軽いロープでつながれている。このロープを図1に示す２個の定滑車と１個の動滑車に通し，動滑車にはおもりBをつり下げた。3 個の滑車は同一の鉛直平面内に配置され，動滑車はこの平面内を鉛直方向にのみ移動する。

動滑車とおもりA，Cをつり下げている部分のロープは十分に長く，鉛直とする。また，滑車はなめらかに回転し質量は無視でき，ロープは伸びちぢみせず，たるむこともない。おもりA，B，Cの質量はそれぞれm〔kg〕，M〔kg〕，$2m$〔kg〕であり，重力加速度をg〔m/s^2〕とする。

(1) 最初，3個のおもりを動かないように手で支えておいた状態から，ある瞬間に手を離すと，おもりは動き出した。このとき，3個のおもりA，B，Cに生じる加速度を鉛直上向きを正としてそれぞれa_A〔m/s^2〕，a_B〔m/s^2〕，a_C〔m/s^2〕，で，また，おもりAをつるしているロープの張力をT〔N〕で表す。おもりの運動中，ロープの張力は一定とすると，おもりA，B，Cの動きを表す運動方程式はm, M, g, T, a_A, a_B, a_Cを用いて，　おもりA：［ イ ］，　おもりB：［ ロ ］，　おもりC：［ ハ ］で表される。

各おもりが動き出してから微小な時間t_0〔s〕経過後の各おもりの変位は，鉛直上向きを正とし，a_A, a_B, a_C, t_0を用いて表すと，　おもりA：［ ニ ］〔m〕，　おもりB：［ ホ ］〔m〕，　おもりC：［ ヘ ］〔m〕となる。

おもりA，Cが1本のロープでつながれているため，3個のおもりの変位は互いに制約されるという条件と，【 ニ 】～【 ヘ 】から，a_A, a_B, a_Cが満たすべき関係式は，［ ト ］で表される。

【 イ 】～【 ハ 】と【 ト 】の式より，a_A, a_B, a_C, Tをm, M, gで表すと，

a_A = ［ チ ］〔m/s^2〕，a_B = ［ リ ］〔m/s^2〕，a_C = ［ ヌ ］〔m/s^2〕，T = ［ ル ］となる。

(2)おもりA，B，Cは，それぞれの質量の大小関係により，上向きか下向きに運動するが，(1)の議論に基づくと，おもりBが静止したまま，おもりA，Cのみ運動する場合があり得る。このとき，おもりBの質量M〔kg〕が満たすべき条件をおもりAの質量m〔kg〕を用いて表すと，［ ヲ ］となる。

また，この条件のもと，おもりA，Cが動き出してから時間t_1〔s〕経過後までのおもりA，Cの変位は，鉛直上向きを正としてg, t_1で表すと，　おもりA：［ ワ ］〔m〕，おもりC：［ カ ］〔m〕 となる。

（解説）おもりが3つになった場合であるが，基本は同じである。どのおもりが上昇し，どのおもりが下降するかわからない。このような場合は，正の方向を決めて，全て正方向に動くと仮定して式を作る。

動滑車の質量は無視できるので，動滑車とおもりBを一体と考えて張力$2T$が働くと考えればよい。

ト. がポイントになる。おもりのどれかが上がると(変位が正)，どれかが下がる（変位が負）。おもりBがx_Bだけ動くと，ひもは$2x_B$変位する。ひもの長さは変わらないので，すべてを足すと0になる。

(1)おもりA，B（と動滑車），Cに働く力は図1のようになる。

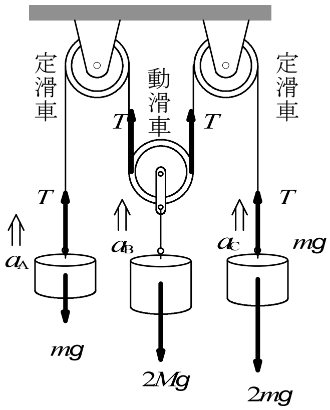

図1

これより上向きを正として運動方程式を作る。

$$ma_A = T - mg \quad \cdots ① \quad \cdots（イ）$$

$$Ma_B = 2T - Mg \quad \cdots ② \quad \cdots（ロ）$$

$$2ma_C = T - 2mg \quad \cdots ③ \quad \cdots（ハ）$$

おもりはそれぞれ等加速度運動をする。それぞれの変位をx_A，x_B，x_Cとして

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t_0^2 \quad \cdots（ニ）$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t_0^2 \quad \cdots（ホ）$$

$$x_C = \frac{1}{2}a_C t_0^2 \quad \cdots（ヘ）$$

ひもの長さは一定である。ゆえに

$$x_A + 2x_B + x_C = 0$$

$$\frac{1}{2}a_A t_0^2 + 2 \times \frac{1}{2}a_B t_0^2 + \frac{1}{2}a_C t_0^2 = 0$$

$$a_A + 2a_B + a_C = 0 \quad \cdots ④ \quad \cdots（ト）$$

①～④式を解いて

$$a_A = \frac{5M - 8m}{3M + 8m}g \quad \cdots（チ）, \quad a_B = \frac{8m - 3M}{3M + 8m}g \quad \cdots（リ）$$

$$a_C = \frac{M - 8m}{3M + 8m}g \quad \cdots（ヌ）, \quad T = \frac{8mM}{3M + 8m}g \quad \cdots（ル）$$

(2)Bの加速度が0であればよいので

$$a_B = \frac{8m - 3M}{3M + 8m}g = 0$$

$$\therefore \quad M = \frac{8}{3}m \quad \cdots（ヲ）$$

この条件でa_A，a_Cを求めると

$$a_A = \frac{g}{3}, \quad a_C = -\frac{g}{3}$$

ゆえに移動距離は

$$\text{A:} \quad \frac{1}{2}a_A t_1^2 = \frac{g}{6}t_1^2 \quad \cdots（ワ）, \quad \text{B:} \quad \frac{1}{2}a_C t_1^2 = -\frac{g}{6}t_1^2 \quad \cdots（カ）$$