次の［ イ ］～［ ホ ］に適切な数式を解答欄に記入せよ。また，［ あ ］～［ う ］には指定された選択肢より当てはまるものを選べ。

〔1〕図１のように，z 軸正方向に一様な磁束密度 B〔wb/m²〕の磁場があるとき，xy 平面内で，a〔m〕だけ離れた x 軸に平行な長い導線２本の上に，y 軸に平行な短い導線２本を a〔m〕だけ離して渡し，閉じた回路をつくる。このとき閉じた回路部分を貫く磁束は［ イ ］〔wb〕で表される。次に，図２のように，短い導線２本を，平行を保ったまま，互いに遠ざかる方向に一定の速さ v〔m/s〕でそれぞれ動かす。このとき，閉じた回路を貫く磁束は Δt〔s〕間に［ ロ ］〔wb〕だけ変化するため，閉じた回路に誘導される起電力の大きさは［ ハ ］〔V〕である。誘導電流は閉じた回路を［ あ ］。

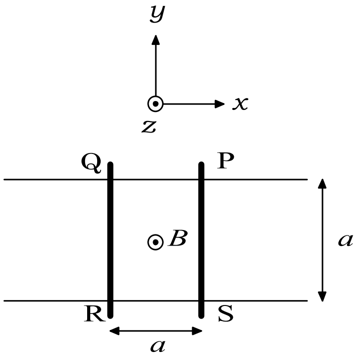


図１

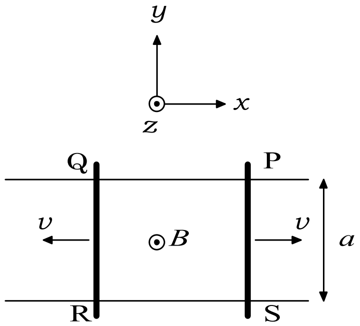


図２

［2］図３のように，x 方向に厚さ L〔m〕を持ち y 方向と z 方向に無限に広がる領域 D の内部のみに，z 軸正方向を向いた一様な磁束密度 B〔Wb/m²〕の磁場がある。図３に示すように，一辺 a〔m〕の正方形コイルを xy 平面内で D の境界と辺が 45 度をなすように置き，D の外部から D へ向かって，一定の速さ v〔m/s〕で x 軸負方向へ平行に移動させる。時刻 $t=0$ でコイルが D に接したとすると，コイルを貫く磁束はグラフ［ い ］のように変化し，時刻［ ニ ］〔s〕で最大に達し，時刻［ ホ ］〔s〕から減少を始める。また，コィルに誘導される起電力はグラフ［ う ］のように変化する。ただし，$L>\sqrt{2}a$ とする。

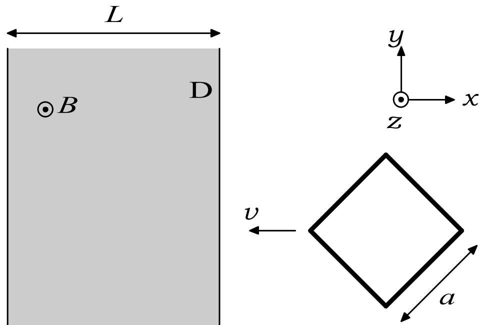


図３

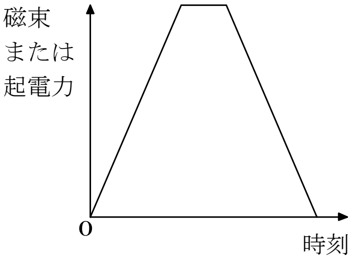
［あ］の選択肢

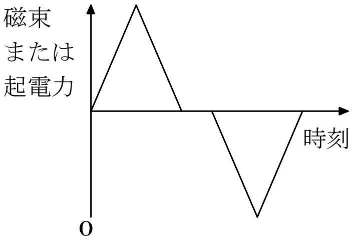
①P→Q→R→S→P の方向に流れる

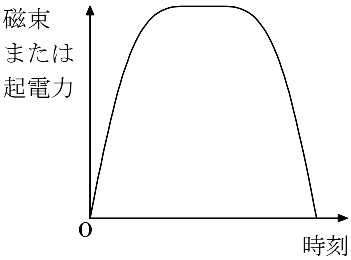
②P→S→R→Q→P の方向に流れる

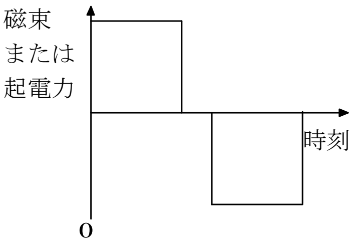
③流れることはない

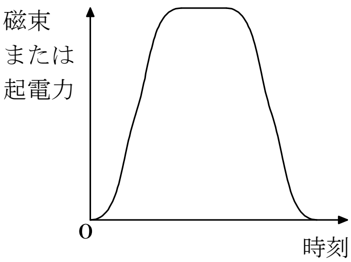
［ い ］,［ う ］の選択肢

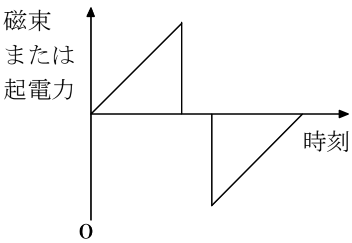
①


②


③


④


⑤


⑥


(解説)閉回路を貫く磁束 Φ〔Wb〕が変化すると，起電力が発生する。磁束密度 B〔T〕の一様な磁場の場合，Φ は閉回路の面積を S〔m²〕として $\Phi = BS$ であるので，閉回路の面積を求めればよい。

［2］でも，磁場のある領域 D 内の面積を求めるが，正確な式は必要ない。選択肢があるので，面積の変化の概略を考えればよい。起電力はそのグラフの傾きであるので，これも概略を考えて選択肢から選べばよい。

［1］イ．閉回路 PQRS の面積は a^2〔m²〕であるので，貫く磁束 Φ〔Wb〕は

$$\Phi = Ba^2 \text{〔Wb〕} \qquad \cdots(答)$$

ロ．閉回路の面積の増加分は $2\times av\Delta t$〔m²〕であるので，磁束の増加量 $\Delta\Phi$〔Wb〕は

$$\Delta\Phi = 2Bav\Delta t \text{〔Wb〕} \qquad \cdots(答)$$

ハ．起電力の大きさ V〔V〕は

$$V = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{2Bav\Delta t}{\Delta t} = 2Bav \text{〔V〕} \qquad \cdots(答)$$

あ．閉回路を貫く紙面に裏から表向きの磁束が増える。レンツの法則より，閉回路 P→S→R→Q→P の方向に起電力が発生し，電流が流れる。　　②　　…(答)

〔2〕い．図１のように正方形コイルの頂点をP，Q，R，Sとする。P が領域 D の右端に到達した瞬間が時刻 $t = 0$〔s〕である。磁束はコイルの領域 D 内にある面積に比例する。ゆえに QS を結ぶ線が領域にさしかかるまで(時刻 $t_1 = \frac{\sqrt{2}a}{2v}$)，磁束は増加し，かつ増加率(グラフの傾き)も大きくなる。それ以後も磁束は増加するが，増加率は小さくなり，R が領域 D 内にはいると(時刻 $t_2 = \frac{\sqrt{2}a}{v}$)一定となる。また，領域 D から出て行くときも同じである。ゆえにグラフは　⑤　…(答)

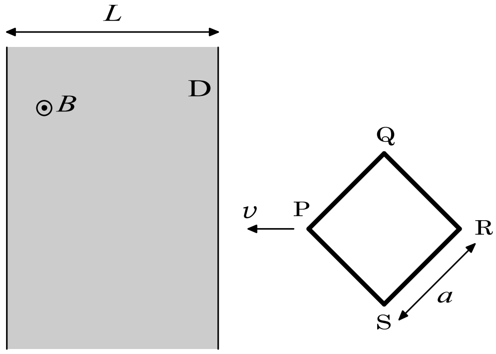


図１

(参考)時刻 t〔s〕のとき正方形コイルの領域 D 内の面積から，正方形コイルを貫く磁束 Φ〔Wb〕を求めると，時刻で場合分けして

$$0 \leqq t \leqq \frac{\sqrt{2}a}{2v} \quad : \quad \Phi = B\times\frac{1}{2}\times vt\times 2vt = Bv^2t^2 \qquad \cdots①$$

$$\frac{\sqrt{2}a}{2v} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{2}a}{v} : \quad \Phi = B\left\{a^2 - \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}a - vt\right)\times 2\left(\sqrt{2}a - vt\right)\right\} = B\left(-v^2t^2 + 2\sqrt{2}avt - a^2\right) \qquad \cdots②$$

①は，原点を頂点とする下に凸の 2 次曲線。②は $\left(\frac{\sqrt{2}a}{v} = t_2, Ba^2\right)$ を頂点とする上に凸の 2 次曲線である。時刻 $t = 0$〔s〕と，$t_2 = \frac{\sqrt{2}a}{v}$〔s〕では，傾きは 0 になる。

ニ．頂点 R が領域 D の右端に到達したとき最大となる。この時刻 t_2 は

$$t_2 = \frac{\sqrt{2}a}{v} \qquad \cdots(答)$$

ホ．頂点 P が領域 D の左端に到達した以後，減少する。この時刻 t_3 は

$$t_3 = \frac{L}{v} \qquad \cdots(答)$$

う．発生する起電力の大きさ V は，磁束の時間変化率＝磁束のグラフの傾き　である。「い．」で選んだグラフの傾きより，時刻 $t = 0$〔s〕で $V = 0$〔V〕。時刻 t_1 まで V は増加し，t_1 で最大となる。その

後 t_2 まで減少し，$t_2 = \dfrac{\sqrt{2}a}{v}$〔s〕では，$V = 0$〔V〕となる。問題に電流の正負の向きの定義はないが，該当するグラフは②だけである。また，t_3 以後は同様な変化で向きが逆の起電力が発生する。ゆえに

グラフは　②　…(答)

(参考) 起電力の大きさ V〔V〕は　$V = \left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$ であるので①，②式を微分して

$$0 \leqq t \leqq \frac{\sqrt{2}a}{2v} \quad : \quad V = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = 2Bv^2 t \qquad \cdots③$$

$$\frac{\sqrt{2}a}{2v} \leqq t \leqq \frac{\sqrt{2}a}{v} : \quad V = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| == B\left(-2v^2 t + 2\sqrt{2}av\right) \qquad \cdots④$$

となる。③は原点を通る傾き $2Bv^2$ の直線，④は $\left(\dfrac{\sqrt{2}a}{2v}, \sqrt{2}Bav^2\right)$ を通る傾き $-2Bv^2$ の直線である。