図 1 のように，上端がふさがり下端は開いている円筒型の容器を密度ρ_0〔kg/m³〕，温度T〔K〕の液体に浸し，質量と体積が無視できる糸でつり下げて重量を測定したところ，重量計は M〔kg〕を指した。次に，図 2 のように，この容器に物質量 n〔mol〕，温度 T〔K〕の理想気体を入れてつり下げ，重量計が$\frac{1}{2}M$〔kg〕を指す位置に容器を静止させた。このときの，液体表面から容器内の液体と気体の境界面までの深さをh〔m〕，境界面から容器上面までの長さをl〔m〕，容器内の気体の圧力をp〔Pa〕とする。また，円筒容器の断面積はS〔m²〕であり，気体定数をR〔J/(mol･K)〕，重力加速度を g〔m/s²〕とする。ただし，円筒容器は傾くことはなく，気体と液体および容器はつねに熱平衡を保ち，それらの温度は等しい。また，気体の質量は無視できるものとし，液体と容器は温度によって膨張収縮することはなく，液体表面に加わる大気圧も変化しないとする。

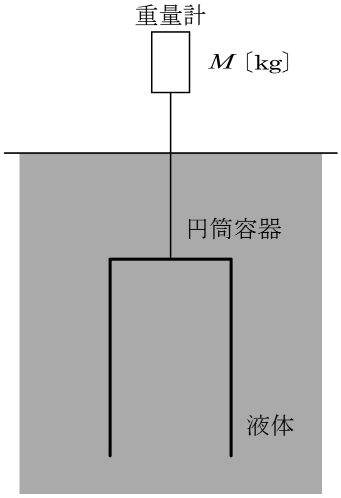

図 1

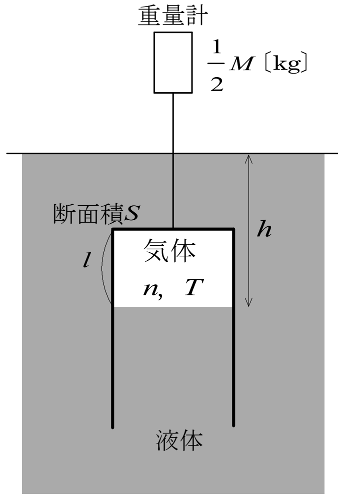

図 2

問１ 以下の問いに，ρ_0, M, n, R, T, S, g のうち必要なものを用いて答えよ。

(1)lを求めよ。

(2)pを求めよ。

問２ 温度をTから$T+\Delta T$に上昇させ($\Delta T>0$)，この場合に重量計が$\frac{1}{2}M$〔kg〕を指すように円筒容器の位置を変化させた。このとき，境界面の深さは$h+\Delta h$，容器内の気体の圧力は$p+\Delta p$であった。以下の問いに，ρ_0, M, n, R, T, S, g のうち必要なものを用いて答えよ。

(1)ΔpとΔTの関係を求めよ。

(2)ΔhとΔTの関係を求めよ。また，温度が$T+\Delta T$のときに重量計が$\frac{1}{2}M$〔kg〕を指す容器の位置は，温度Tのときよりも上か下かを答えよ。

(解説)液体中の気体に働く浮力は，体積を V〔m³〕，液体の密度を ρ〔kg/m³〕，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕としてとして　ρVg〔N〕であるが，浮力の大きさは，水深によらない。

液体中の容器中の気体の圧力は，液体との境界面(この問題では，気体の最下部)の液体の圧力と考えればよい。液体の圧力 p〔Pa〕は水深 h〔m〕だけで決まり，大気圧を p_0〔Pa〕として

$$p = p_0 + \rho hg$$

となる。

問 1(1)円筒容器の質量は M〔kg〕である。気体に働く浮力は $\rho_0 slg$，重量計を引く力が $\frac{1}{2}Mg$〔N〕なので，力のつりあいより

$$Mg - \frac{1}{2}Mg - \rho_0 Slg = 0 \qquad \therefore \quad l = \frac{M}{2\rho_0 S}\text{〔m〕} \quad \cdots ① \quad \cdots (答)$$

(2)気体の状態方程式より

$$pSl = nRT$$

①式を代入し，p を求める。

$$p = \frac{nRT}{Sl} = \frac{2\rho_0 nRT}{M}\text{〔Pa〕} \quad \cdots ② \quad \cdots (答)$$

問 2(1)つりあいの関係は同じなので，浮力は同じ。つまり，気体の体積は変化せず，高さは l〔m〕のままである。ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{pSl}{T} = \frac{(p+\Delta p)Sl}{T+\Delta T} \qquad \therefore \quad \Delta p = \frac{p}{T}\Delta T$$

②式の p を代入して

$$\Delta p = \frac{2\rho_0 nR}{M}\Delta T \quad \cdots ③ \quad \cdots (答)$$

(2)深さ h〔m〕での圧力 p〔Pa〕は

$$p = P_0 + \rho_0 gh$$

であるので，深さ $h+\Delta h$ での圧力は $p+\Delta p$ は

$$p + \Delta p = P_0 + \rho_0 g(h + \Delta h)$$

となる。これより Δp と Δh の関係は

$$\Delta p = \rho_0 g \Delta h \quad \cdots ④$$

③，④式より

$$\frac{2\rho_0 nR}{M}\Delta T = \rho_0 g \Delta h \qquad \therefore \quad \Delta h = \frac{2nR}{Mg}\Delta T \quad \cdots ⑤ \quad \cdots (答)$$

$\Delta T > 0$ なので，⑤式より $\Delta h > 0$ である。ゆえに

下　　・・・(答)

（温度が上昇するが体積は変化しない。ゆえに圧力が増加する位置に移動している。）