

次の文を読んで、[]に適した式をそれぞれ記せ。

質量が M_1 の台車 1 と M_2 の台車 2 がある。台車 1 は水平な床の上に置かれてなめらかに動き、その水平な上面 AB の上に質量 m の箱がのっている。箱と AB 面の間には摩擦力(静止摩擦係数 μ)がはたらく。箱と台車 2 は、図 1 に示されたように、なめらかに回転する滑車 E を通じて一定の長さの糸で連結されている。台車 2 は、台車 1 の鉛直な壁面 BC に接してなめらかに動く。滑車と糸の質量は無視してよいものとする。

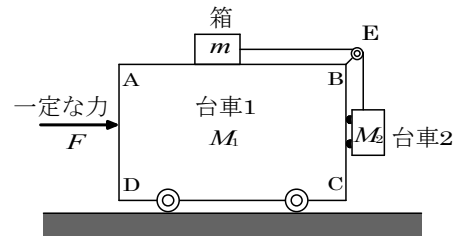


図 1

台車 1 の鉛直な壁面 AD を押す水平方向の一定な力を F とし、重力加速度を g とする。

- (1)最初に $F = 0$ で、台車 1、台車 2、箱がともに静止した状態を考える。このとき箱にはたらく力は、鉛直方向の重力と、AB 面に垂直な方向の抗力[イ]、糸の張力、AB 面に沿った左向きにの摩擦力[ロ]である。また、箱がすべりださないための条件式は、[ハ]で与えられる。
- (2)次に、力 F を AD 面にはたらかせて、台車 1 を一定の加速度で走らせたところ、台車 2 と箱はともに、台車 1 に対して静止した状態を保ち続けた。このときの台車 1 の加速度は[ニ]である。また、箱にはたらく力は、重力と、張力 $T =$ [ホ]、垂直抗力 R 、摩擦力 $S =$ [ヘ] である。ここで摩擦力 S は、左向きを正とする。一方、台車 1 と台車 2 の間には、水平方向の力 $f =$ [ト]がはたらいている。
- (3)設問(2)において、台車 1 の水平方向の加速度 a と、台車 1 が床からうける垂直方向の抗力 H とを、質量 M_1 および種々の力 F, T, R, S, f と g を用いて表すと、 $a =$ [チ]、 $H =$ [リ]となる。
- (4)設問(2)の運動は、力 F がある値[ス]以下の場合に可能であるが、この値をこえる場合には、箱は AB 面上に静止することができず、AB 面上をすべる。
- (5)箱と AB 面上の間に摩擦がない場合でも、適当な大きさの力 $F =$ [ル]をはたらかせると、設問(2)と同様の運動(すなわち、台車 2 と箱がともに台車 1 に対して静止した状態を保つ運動)が可能である。

(解説)この問題では台車1が加速度運動をしているときも、箱と台車2は台車1に対して静止している。つまり、台車1と同じ運動をしている。力の図をしっかりと書いて、それぞれ運動方程式を考えればよい。また、台車上で考えて、慣性力を含んだつりあいを考えてもよい。

台車1に働く力を考える際、滑車に糸から働く力を忘れないように。

(4)で、 F の大きさにより静止摩擦は負の値もあり得ることに注意すること。

(1)糸の張力を T_0 とする。台車2に働く力の鉛直方向のつりあいより

$$T_0 - M_2g = 0 \quad \therefore T_0 = M_2g$$

イ. 箱に面から働く垂直効力の大きさを R_0 とする。箱に働く鉛直方向のつりあいより

$$R_0 - mg = 0 \quad \therefore R_0 = mg \quad \dots(\text{答})$$

ロ. 箱には左向きに静止摩擦力が働く。静止摩擦力の大きさを S_0 として、箱に働く水平方向のつりあいより

$$T_0 - S_0 = 0 \quad \therefore S_0 = T_0 = M_2g$$

ハ. 滑り出さない条件は

$$S_0 \leq \mu R_0$$

$$M_2g \leq \mu mg \quad \therefore M_2 \leq \mu m \quad \dots(\text{答})$$

(2)ニ. 箱、台車1、2を一体として考える。加速度を a として

$$(M_1 + M_2 + m)a = F \quad \therefore a = \frac{F}{M_1 + M_2 + m} \quad \dots(\text{答})$$

ホ. 台車2は鉛直方向には動いていない。ゆえに鉛直方向のつりあいより

$$T - M_2g = 0 \quad \therefore T = M_2g$$

ヘ. 箱は水平方向右向きに加速度 a で運動している。右向きを正として箱の水平方向の運動方程式より

$$ma = T - S \quad \therefore S = T - ma = M_2g - \frac{mF}{M_1 + M_2 + m} \quad \dots\text{①} \quad \dots(\text{答})$$

ト. 台車2も水平方向右向きに加速度 a で運動している。右向きを正として台車2の水平方向の運動方程式より

$$M_2a = f \quad \therefore f = \frac{M_2F}{M_1 + M_2 + m} \quad \dots(\text{答})$$

(3)チ. 台車1に働く力は図1のようになる。(床から受ける垂直抗力 H や、台車2からの力 f は車輪ごとに分けるべきだが、図では1つの力とした)

台車1の水平方向の運動方程式より

$$M_1a = F + S - T - f$$

$$\therefore a = \frac{F + S - T - f}{M_1} \quad \dots(\text{答})$$

リ. 台車1の鉛直方向のつりあいより

$$M_1g + R + T - H = 0 \quad \therefore H = M_1g + R + T \quad \dots(\text{答})$$

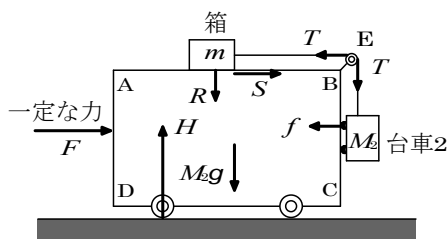
(4)ヌ. 箱に働く鉛直方向のつりあいより、箱に働く垂直抗力 R は $R = mg$ である。箱に働く静止摩擦は、左右どちらにも向く場合があるので、箱が台車1上ですべらない条件は

$$|S| \leq \mu mg$$

$S \geq 0$ のとき①式より

$$M_2g - \frac{mF}{M_1 + M_2 + m} \leq \mu mg$$

$$\therefore F \geq \frac{(M_2 - \mu m)(M_1 + M_2 + m)g}{m} \quad \dots\text{②}$$



$S < 0$ のとき①式より

$$-\left(M_2g - \frac{mF}{M_1 + M_2 + m}\right) \leq \mu mg$$
$$\therefore F \leq \frac{(M_2 + \mu m)(M_1 + M_2 + m)g}{m} \quad \dots \textcircled{3}$$

③, ④式より箱がすべらないための F の最大値は

$$F = \frac{(M_2 + \mu m)(M_1 + M_2 + m)g}{m} \quad \dots (\text{答})$$

(5)ル. ①式より $S = 0$ として

$$S = M_2g - \frac{mF}{M_1 + M_2 + m} = 0$$
$$\therefore F = \frac{M_2(M_1 + M_2 + m)g}{m} \quad \dots (\text{答})$$