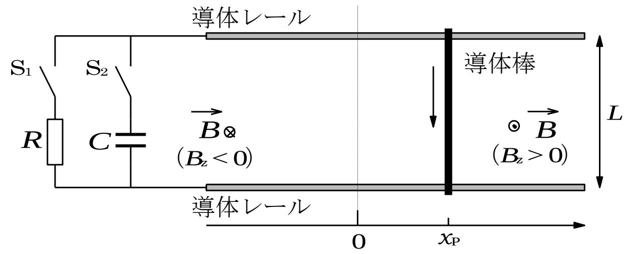
図のように，水平面内におかれた２本の平行な導体レールの上を摩擦なくすべることができる導体棒がある。導体レールに沿った方向に x 軸を，鉛直上向きに z 軸をとる。導体レール間の距離は L で，導体棒は常に導体レールに垂直に保たれている。これらは一様でない磁場中に



置かれており，位置 x における磁束密度 $\vec{B}$ は z 軸成分 $B_Z = b_x$ (b は正の定数)のみをもつ。すなわち，$x > 0$ の領域では紙面の裏から表への向きに，$x < 0$ の領域では紙面の表から裏への向きに磁場がかかっており， $x = 0$ では磁場はない。また，図において，スイッチ S_1 を閉じると抵抗値 R の抵抗が，スイッチ S_2 を閉じると電気容量 C のコンデンサーが，導体レールに接続される。導体棒の x 座標値を x_P とする。導体レール，導体棒，導線の抵抗およびインダクタンスは無視できるものとし，電流がつくる磁場や電磁波は考えないものとする。導体レールは x の正の側にも負の側にも十分に長いものとする。また，導体棒の太さは考えないものとし，導体棒に加える外力は x 軸に平行であるとする。以下の問に答えよ。

(a)スイッチ S_1 のみを閉じた状態で，導体棒に適当な外力を加えることにより，導体棒を x 軸の正の向きに一定の速さ v で動かしている。このとき，導体棒を流れる電流値 I_a を x_P の関数として求めよ。ただし，図中の導体棒に付した矢印の向きに流れる電流を正とする。

(b)(a)において，外力がなす仕事率 P_b を x_P の関数として求めよ。

(c)スイッチ S_1 を開き，スイッチ S_2 を閉じた状態で，導体棒に適当な外力を加えることにより，導体棒を x 軸の正の向きに一定の速さ v で動かしている。このとき，導体棒を流れる電流値 I_C を求めよ。ただし，図中の導体棒に付した矢印の向きに流れる電流を正とする。

(d)スイッチ S_1 と S_2 の両方を閉じた状態で，導体棒に適当な外力を加えることにより，導体棒を x 軸の正の向きに一定の速さ v で動かしている。このとき，加えた x 軸方向の外力 F_d を x_P の関数として求めよ。

(e)(d)において，十分に広い範囲で導体棒を動かすと，外力がゼロ($F_d = 0$)となる場所が２つある。それらの x 座標(x_A と x_B とし，$x_A < x_B$ であるとする)を求め，x_A については，外力がゼロとなる理由を「$\boxed{\quad}$がゼロになるため」の形で答えよ。ただし，$\boxed{\quad}$には物理量を表す単語を記入せよ。

(f)(d)において，x_P が(e)で求めた x_A と x_B との間にある場合に成り立つ記述として正しいものを次の中からすべて選び番号で答えよ。どれもあてはまらない場合は，「なし」と答えよ。ただし，導体棒の質量はゼロでないものとする。

①外力がなす仕事率は正である。

②コンデンサーに蓄えられているエネルギーは時間とともに増加している。

③導体棒の運動エネルギーは時間とともに増加している。

（解説）磁場を横切る導体棒の問題であるが，コンデンサーを接続した場合が難しい。コンデンサーに蓄えられた電荷 Q が時間 Δt で ΔQ だけ変化したとき，流れる電流 I は

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

となる。

外力のする仕事は必ず正ではない。この問題のようにコンデンサーの静電エネルギーが減少し導体棒を加速させようとする場合もある。このときは，外力が負の仕事をして速度を一定に保つ。

(a)磁場を横切る導体棒の起電力 V は，図での矢印の方向を正として

$$V = vB_zL = vbLx_P \qquad \cdots①$$

（$x>0$ の領域で正，$x<0$ の領域では負である。磁場の向きに注意しよう。）

ゆえに，電流 I_a は

$$I_a = \frac{V}{R} = \frac{vbLx_P}{R} \qquad \cdots② \qquad \cdots(答)$$

(b)導体棒に磁場から働く力の向きをフレミングの左手の法則で考える。$x>0$ の領域では，磁場が紙面に裏から表（$B_z>0$），電流は正であるので力は図の左向き，$x<0$ の領域では，磁場が紙面に表から裏（$B_z<0$），電流は負であるので力は図の左向きとなる。また，$x=0$ では磁場はないので力は働かない。これらより，磁場から働く力 f は

$$f = -I_aB_ZL = -\frac{vb^2L^2x_P^2}{R}$$

導体棒が等速で動くためには，力がつりあっている必要があるので，外力 F は

$$F = -f_a = \frac{vb^2L^2x_P^2}{R}$$

ゆえに外力のする仕事率 P_b は

$$Fv = \frac{v^2b^2L^2x_P^2}{R} \qquad \cdots(答)$$

(c)この場合も起電力 V は①式で与えられる。従って，コンデンサーに蓄えられる電荷 Q はコンデンサーの下側の極板に正電荷が蓄えられる時を正として

$$Q = CV = CvbLx_P$$

時間 Δt 後に蓄えられる電荷が $Q+\Delta Q$ となったとする。時間 Δt での変位は $v\Delta t$ であるので

$$Q+\Delta Q = CvbL(x_P + v\Delta t)$$

ゆえに

$$\Delta Q = Cv^2bL\Delta t$$

電流 I_C は

$$I_C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Cv^2bL \qquad \cdots③ \qquad \cdots(答)$$

(d)この場合も，導体棒に発生する起電力は①式のままであり，抵抗，コンデンサーに流れる電流は②，③式で与えられる。ゆえに，導体棒に流れる電流 I_d は

$$I_d = I_a + I_c = \frac{vbLx_P}{R} + Cv^2bL = vbL\left(\frac{x_P}{R} + Cv\right)$$

電流に磁場から働く力 f_d は

$$f_d = -I_dB_zL = -vb^2L^2\left(\frac{x_P}{R} + Cv\right)x_P$$

ゆえに外力 F_d は

$$F_d = -f_d = vb^2L^2\left(\frac{x_P}{R} + Cv\right)x_P \qquad \cdots④ \qquad \cdots(答)$$

(e)④式より

$$F_d = vb^2L^2\left(\frac{x_P}{R} + Cv\right)x_P = 0$$

$$\therefore \quad x_A = -CvR \quad , \quad x_B = 0 \qquad \cdots(答)$$

(f) $x_A < x_P < x_B$ について考える。

①④式より，外力 $F_d < 0$ である。ゆえに外力のする仕事は負であるので誤り。

②コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーU は

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Cv^2b^2L^2x_P^2$$

この間， x_P^2 が減少するので U も減少する。誤り。

③導体棒は等速なので，運動エネルギーは一定である。誤り。

ゆえに，「なし」 $\cdots$(答)